



# Vasbetonszerkezetek

## 15. Témakör

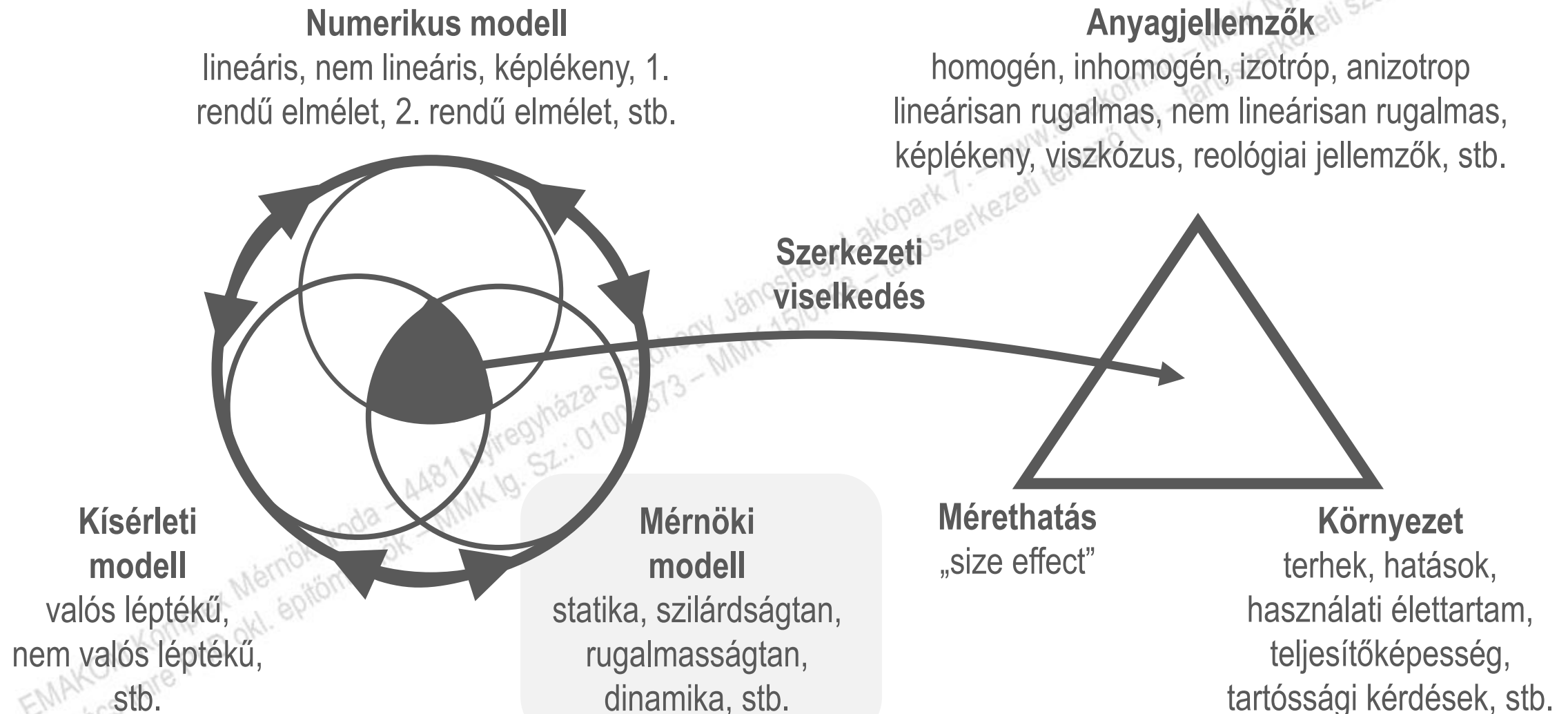
### Hajlított vasbeton keresztmetszet átmeneti – intermedier - állapotban

Dr. Kovács Imre PhD  
tanszékvezető főiskolai tanár  
tartószerkezeti tervező  
tartószerkezeti szakértő  
tárgyelőadó

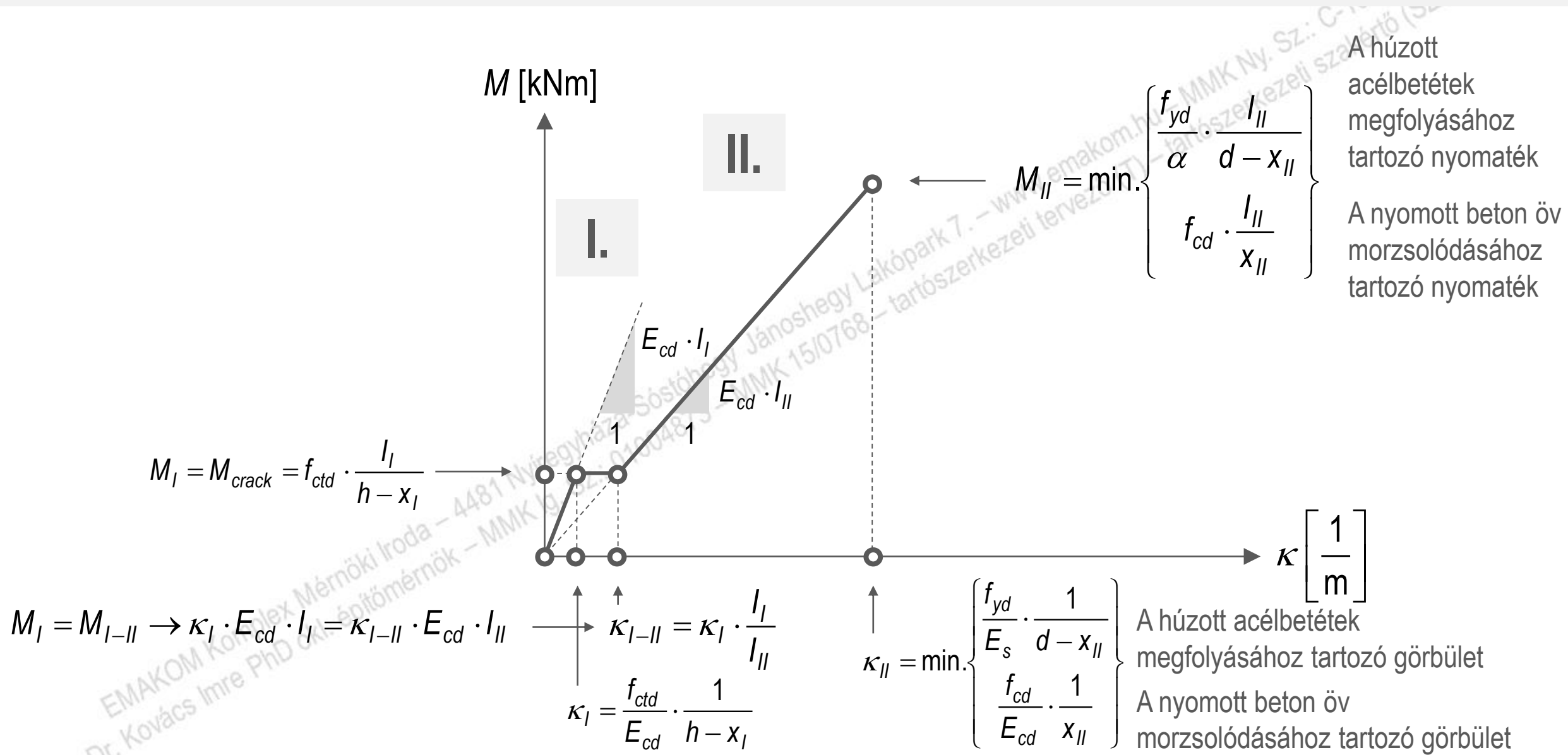


info@emakom.hu  
+36 30 743 6865  
www.emakom.hu

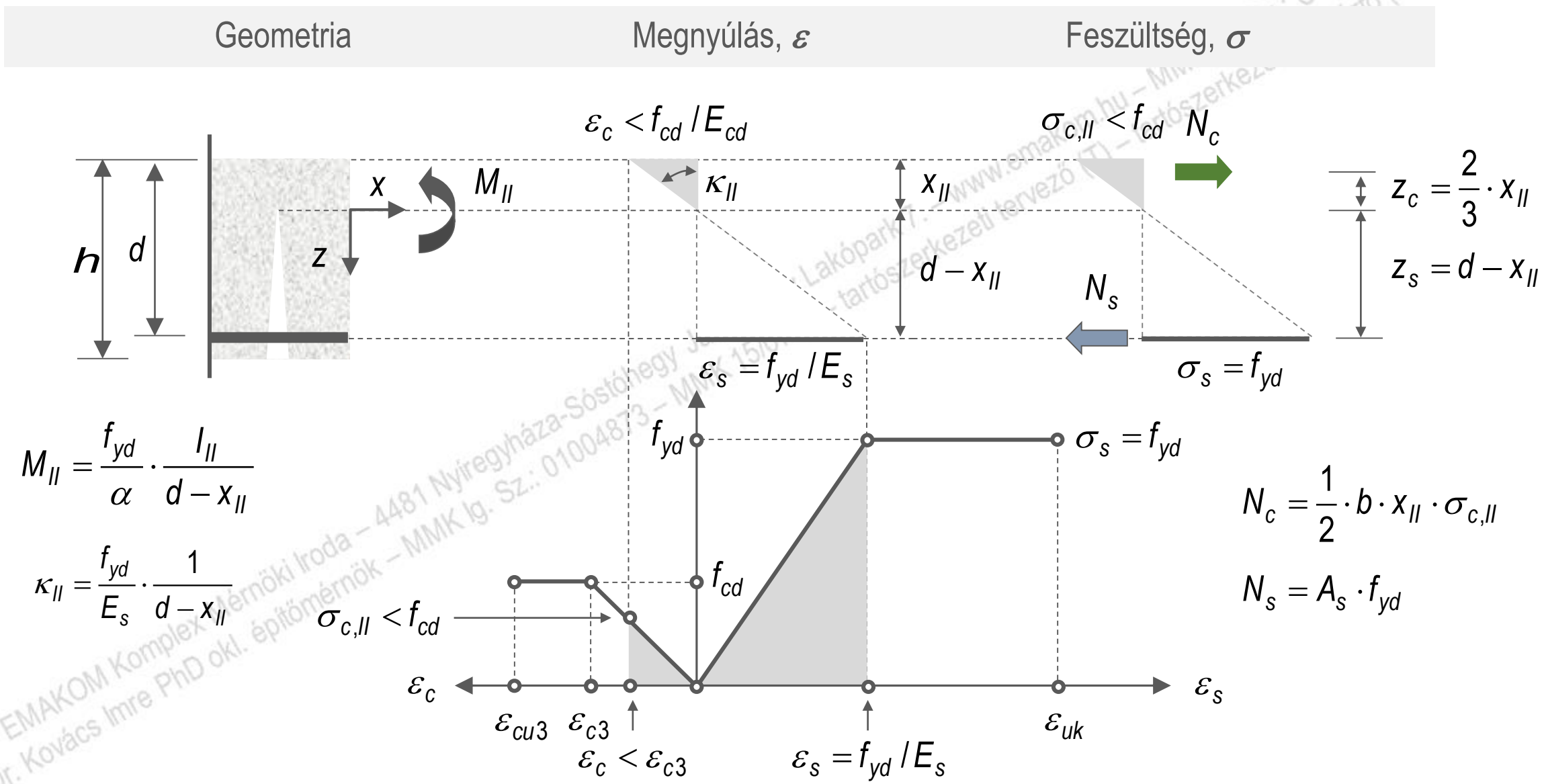
# Vasbeton szerkezetek viselkedésének modellezése



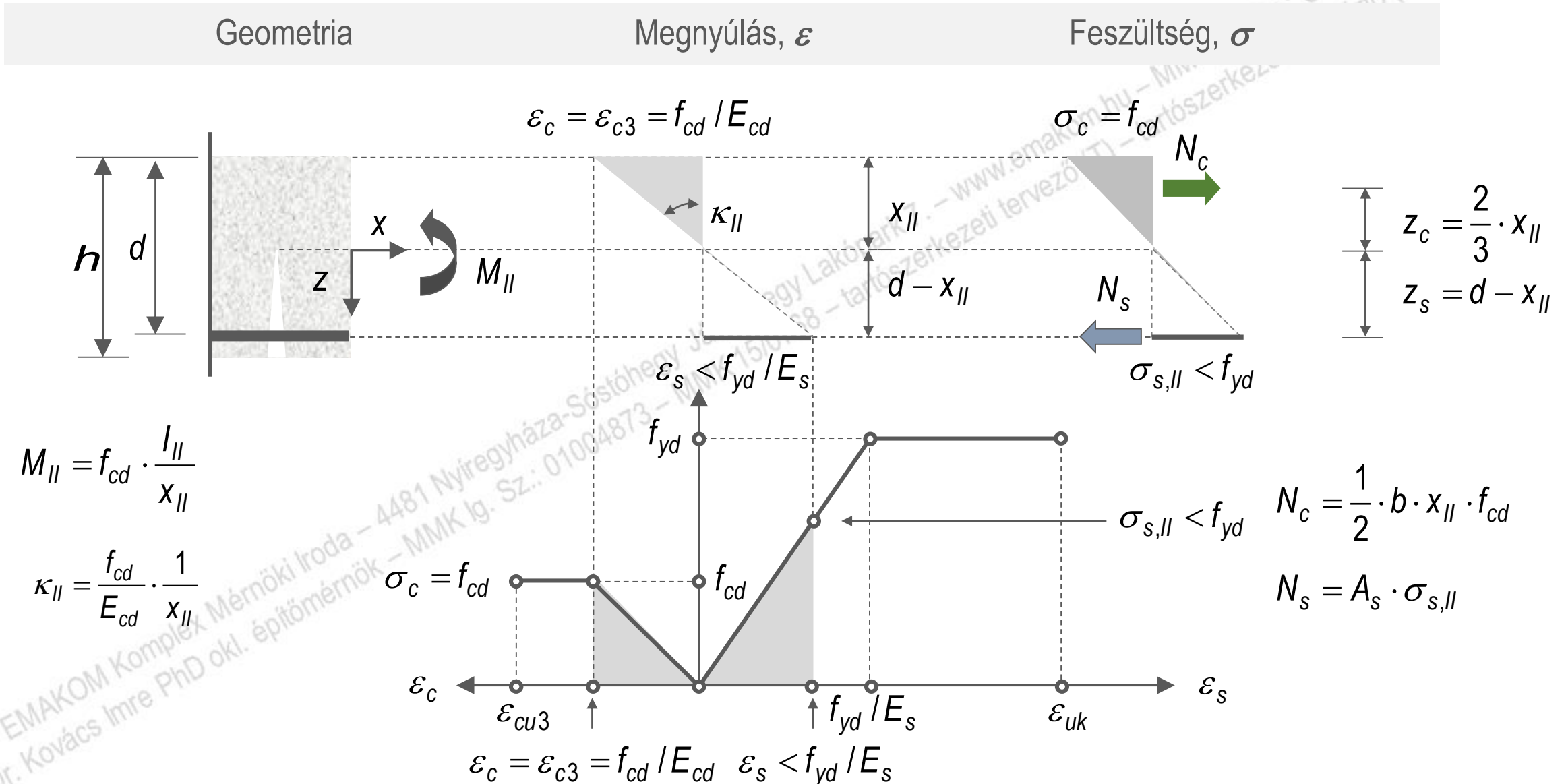
# Vasbeton keresztmetszet a repedésmentes és a berepedt/rugalmas állapotban



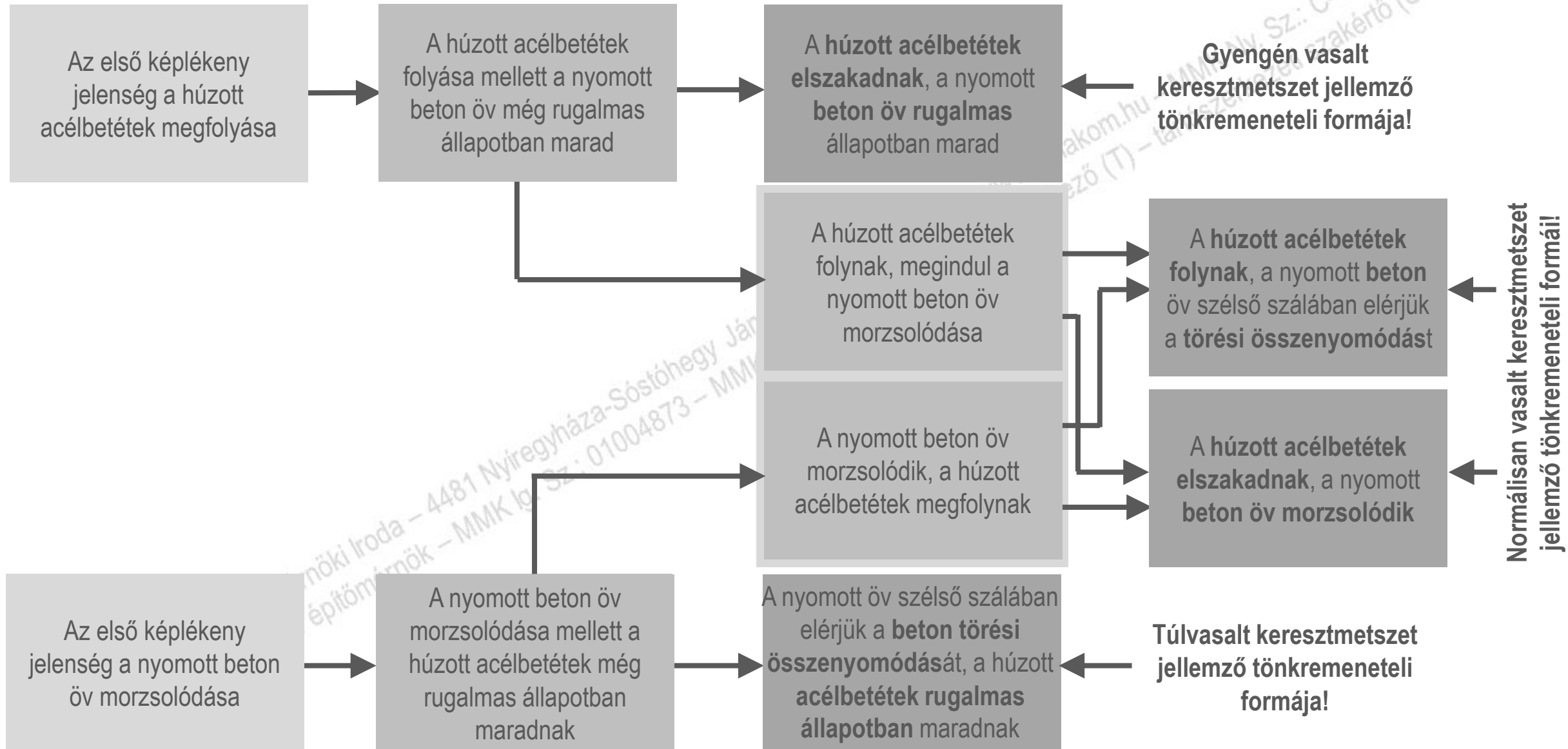
# Az első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyása – $\sigma_s = f_{yd}$



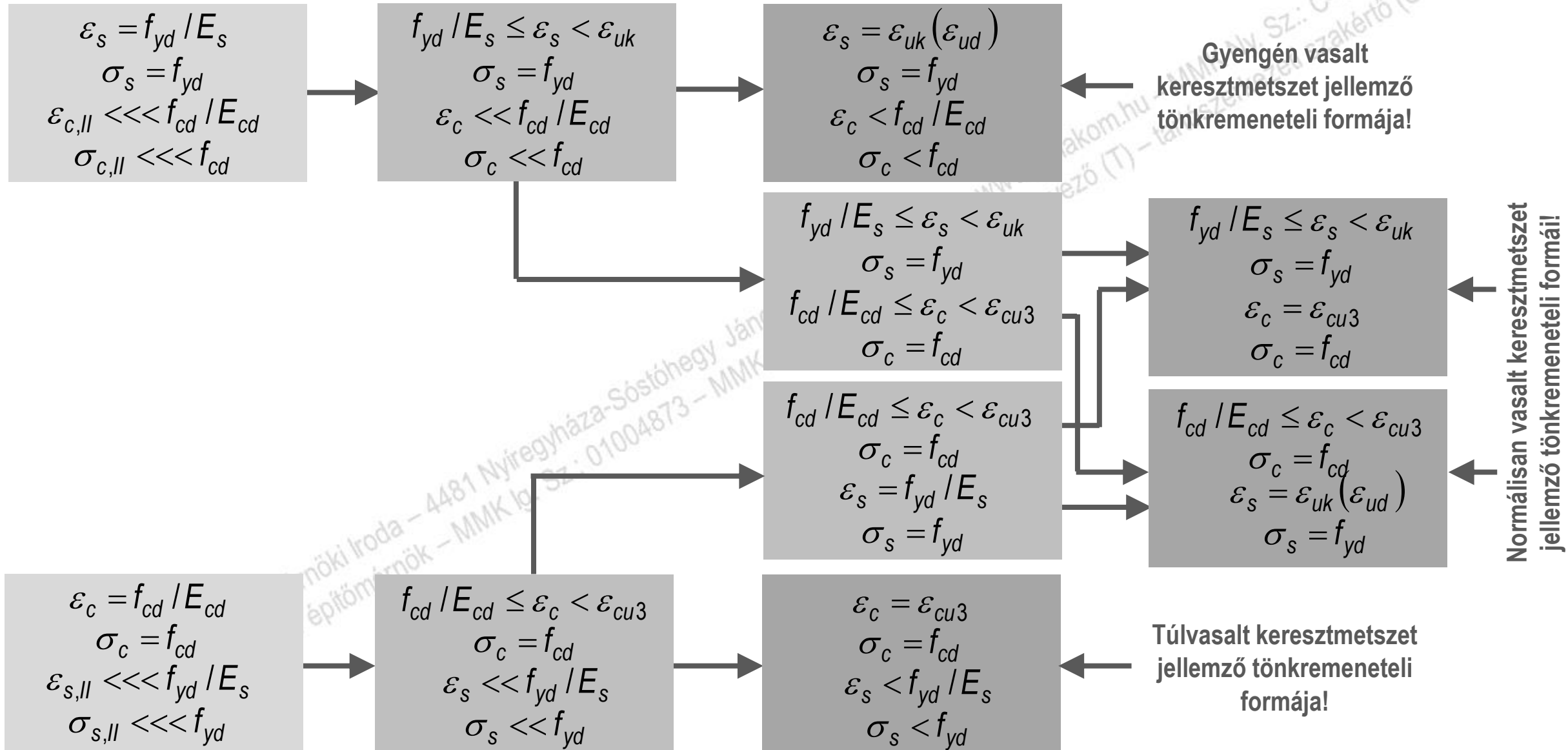
# Az első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódása – $\sigma_c = f_{cd}$



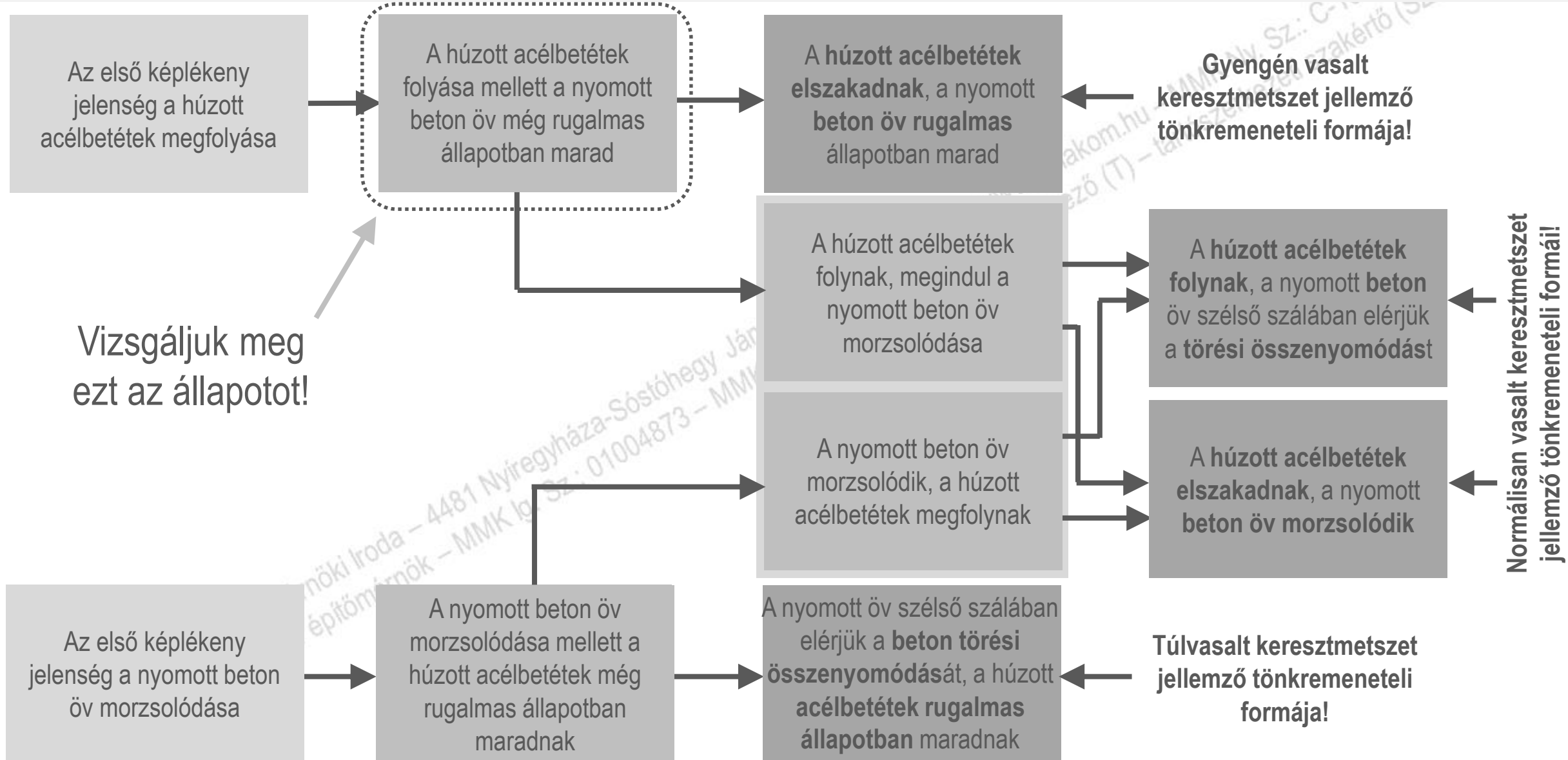
# Hajlított vasbeton keresztmetszet tönkremeneteli folyamata az intermedier állapotban



# Hajlított vasbeton keresztmetszet tönkremeneteli folyamata az intermedier állapotban

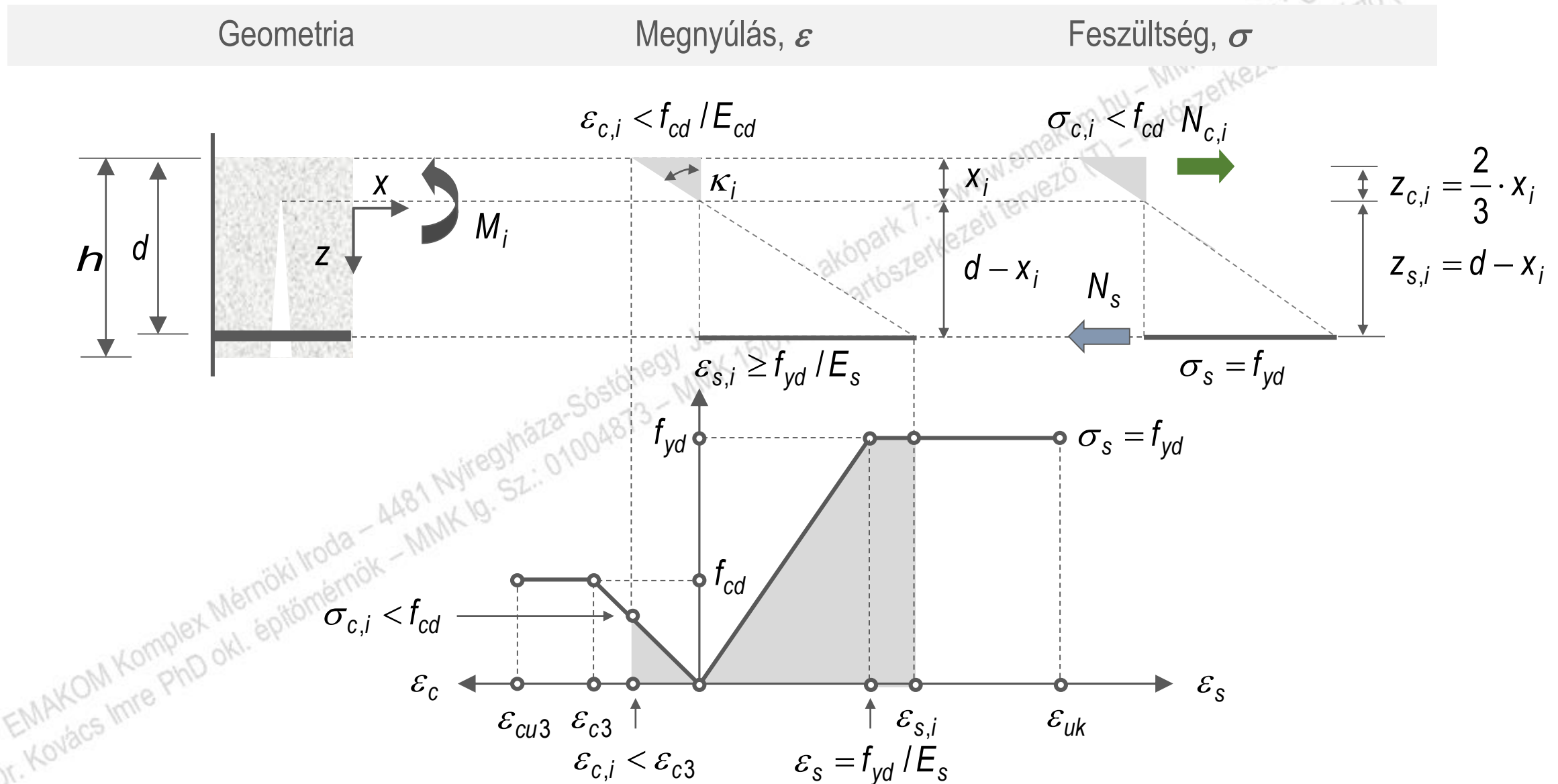


# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv rugalmas

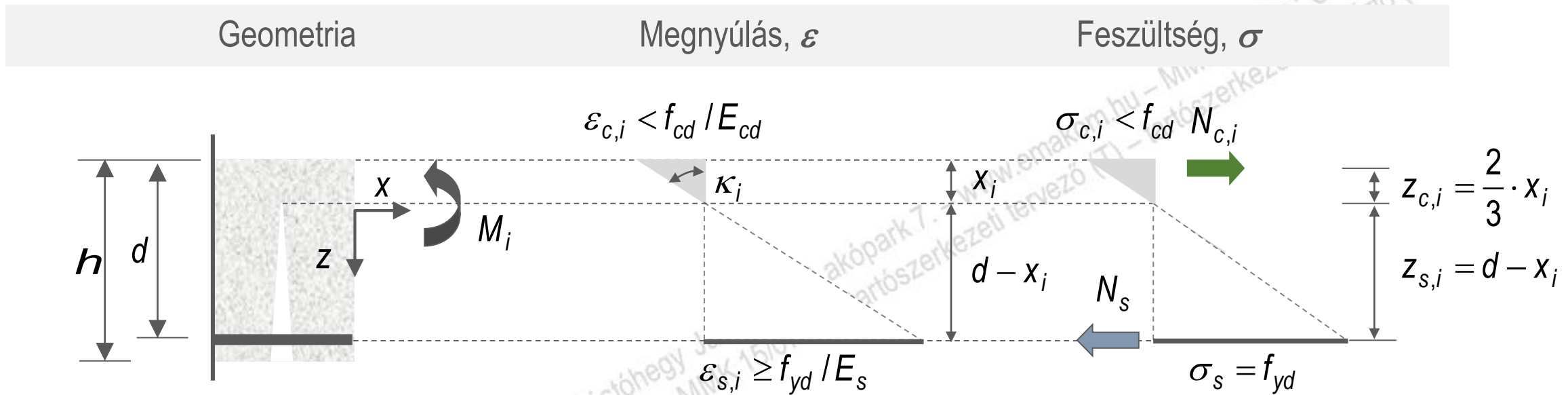




# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv rugalmas



# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv rugalmas



## 1. Vetületi egyenlet:

$$\sum N = 0 \rightarrow N_{c,i} - N_s = 0$$

$$\bullet N_{c,i} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{c,i} \cdot x_i \cdot b = \frac{1}{2} \cdot (\kappa_i \cdot x_i \cdot E_{cd}) \cdot x_i \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \kappa_i \cdot x_i^2 \cdot E_{cd} \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{c,i} \cdot x_i \cdot E_{cd} \cdot b$$

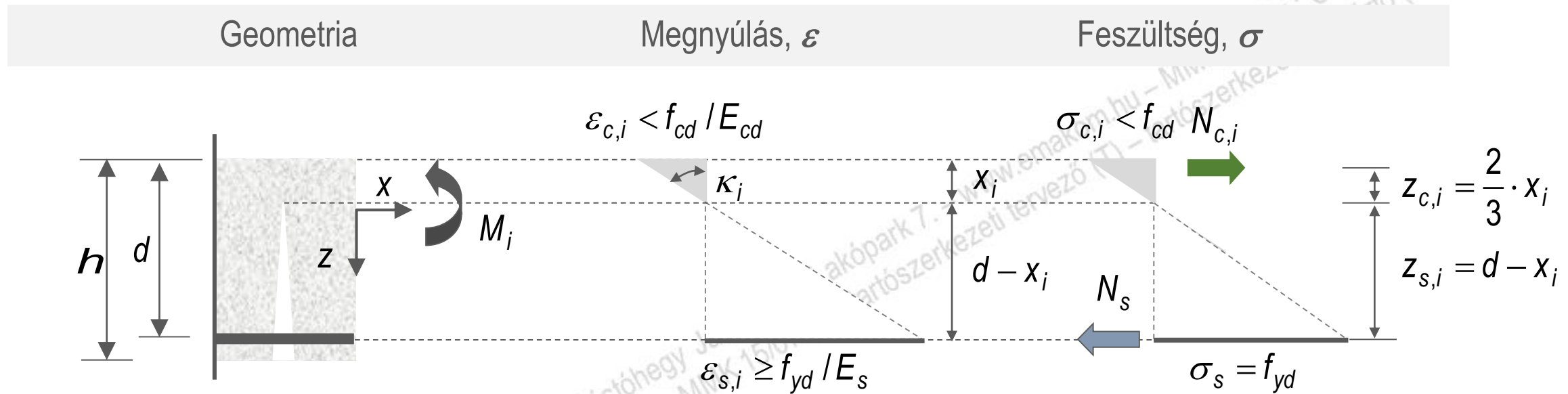
$x_i$ -re elsőfokú egyenlet, melyben  $\varepsilon_{c,i}$  paraméter!!!

$$\bullet N_s = f_{yd} \cdot A_s$$

A megoldás  $\varepsilon_{c,i}$  értékeinek felvételével történik!!!

$$\sum N = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{c,i} \cdot x_i \cdot E_{cd} \cdot b - f_{yd} \cdot A_s = 0 \rightarrow x_i = 2 \cdot \frac{f_{yd} \cdot A_s}{\varepsilon_{c,i} \cdot E_{cd} \cdot b}$$

# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv rugalmas



## 2. Nyomatéki egyenlet:

$$\Sigma M = 0 \rightarrow M_i - N_{c,i} \cdot z_{c,i} - N_s \cdot z_{s,i} = 0$$

- $$M_i - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{c,i} \cdot x_i \cdot E_{cd} \cdot b \cdot \frac{2}{3} \cdot x_i - f_{yd} \cdot A_s \cdot (d - x_i) = 0$$

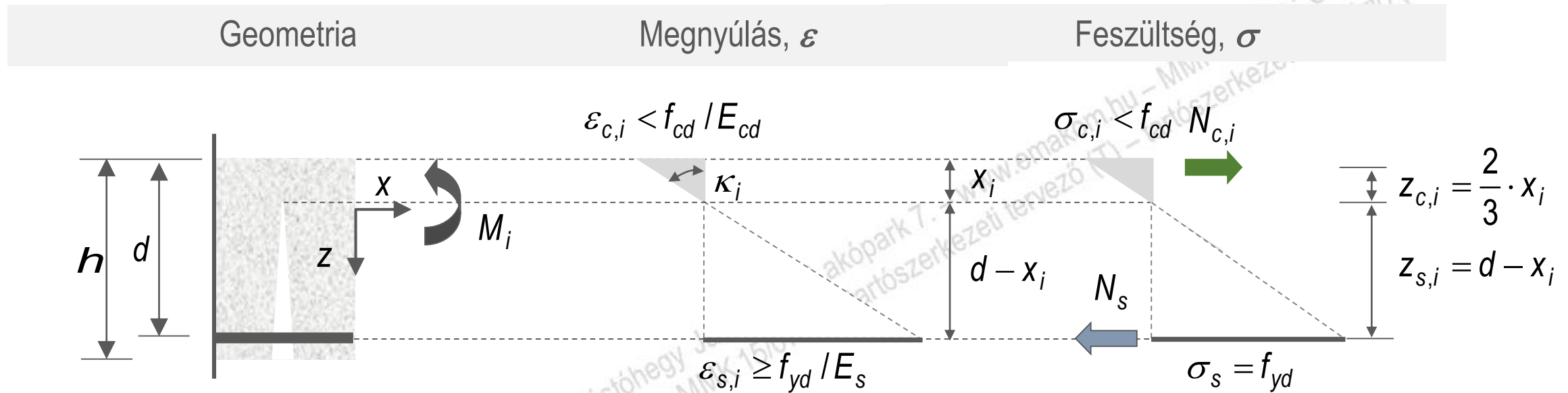
- $$M_i = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{c,i} \cdot x_i \cdot E_{cd} \cdot b \cdot \frac{2}{3} \cdot x_i + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d - x_i)$$

$$M_i = \frac{1}{3} \cdot E_{cd} \cdot b \cdot \varepsilon_{c,i} \cdot x_i^2 - f_{yd} \cdot A_s \cdot x_i + f_{yd} \cdot A_s \cdot d$$

$$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i}$$

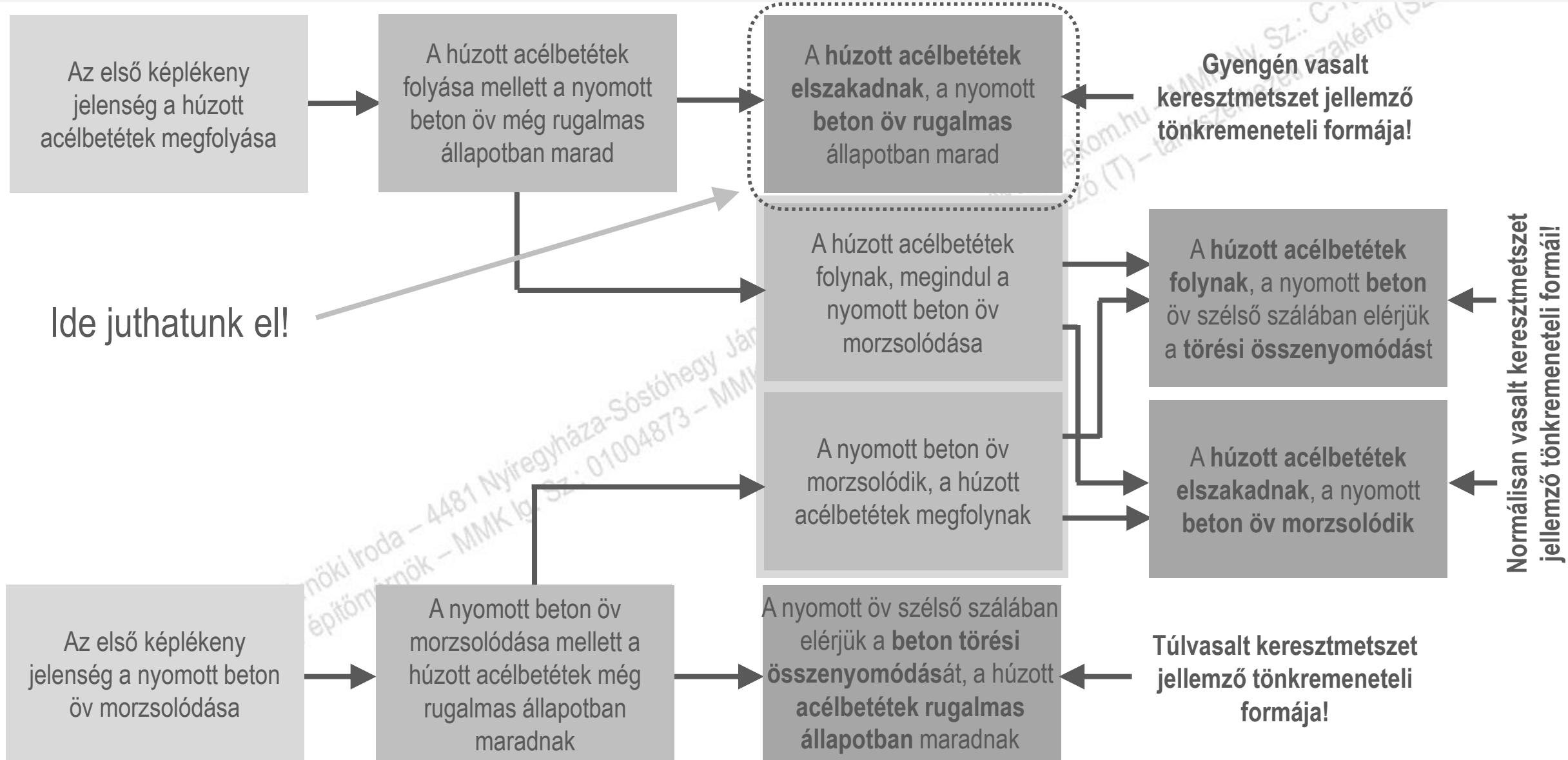
$x_i$  és  $\varepsilon_{c,i}$  értékpárok ismeretében az  $M_i$  nyomatékok és a nekik megfelelő  $\kappa_i$  görbületek meghatározhatók!!!

# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv rugalmas

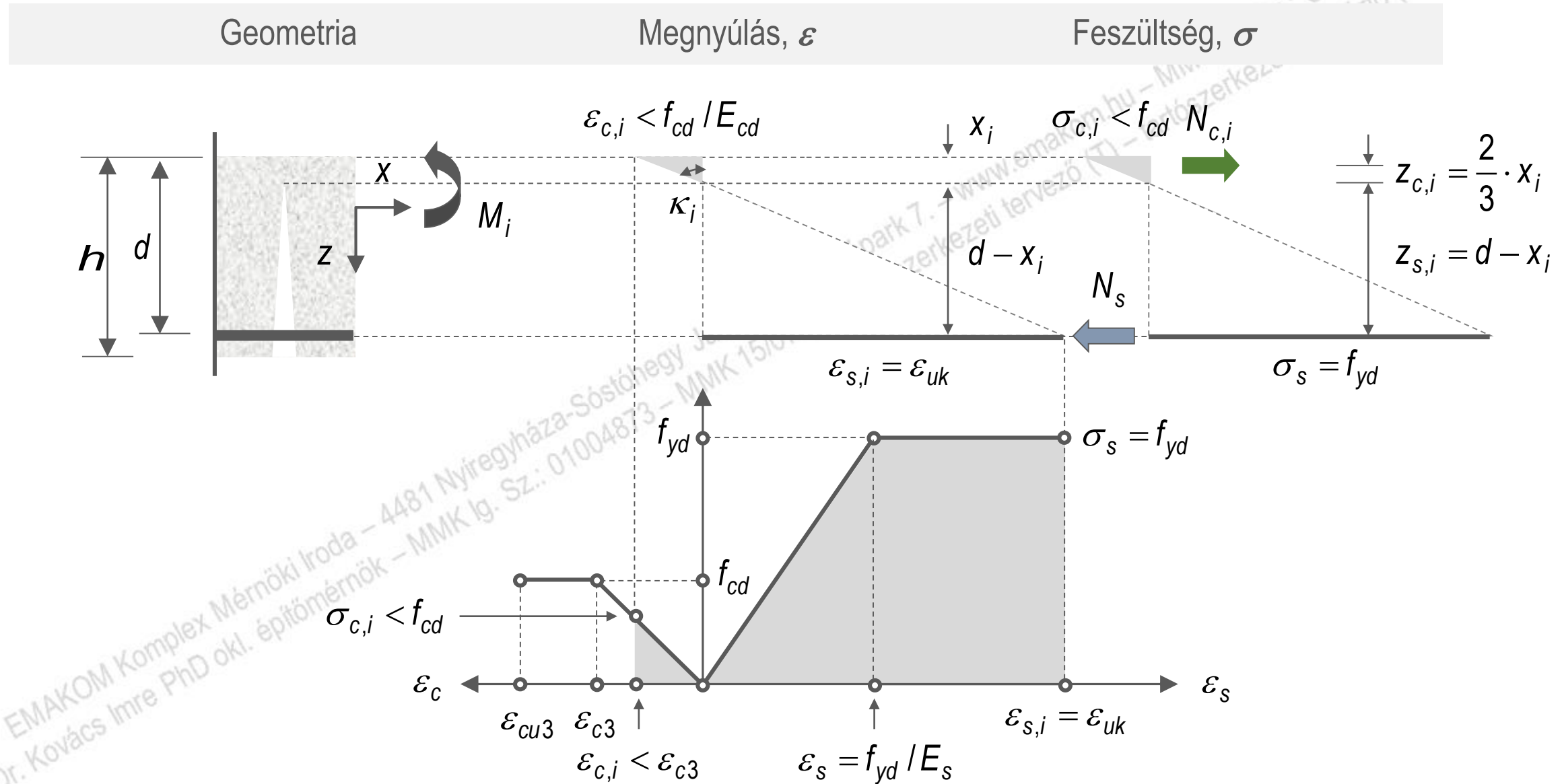


$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c,II}$				$\varepsilon_s = f_{yd} / E_s$
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{c3} = 1,75‰$				$\max. \varepsilon_{s,i} < \varepsilon_{uk} (\varepsilon_{ud}) !!!$

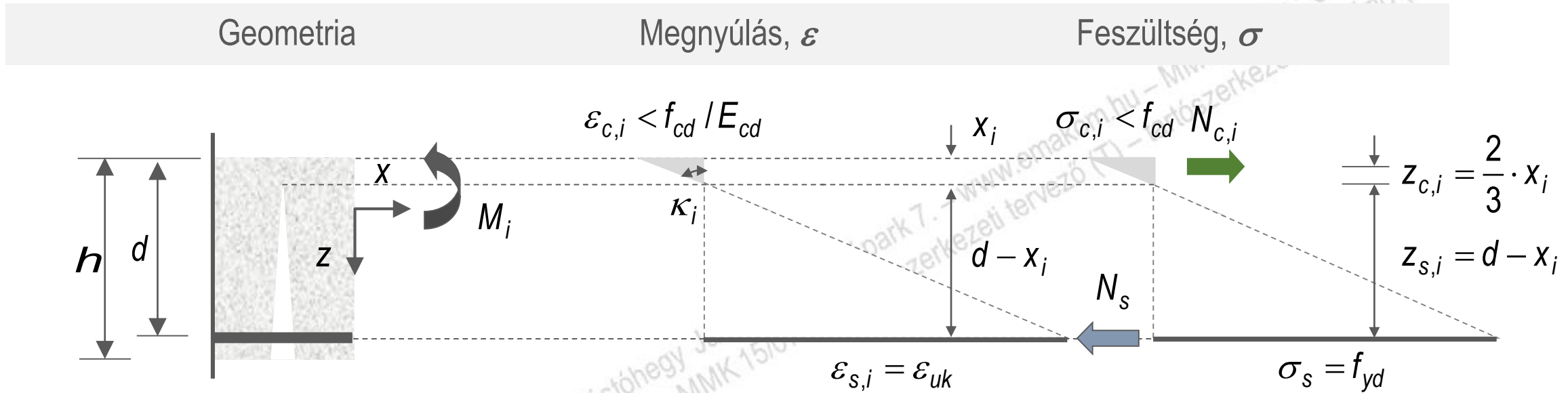
# A húzott acélbetétek elszakadnak, a nyomott beton öv rugalmas



# A húzott acélbetétek elszakadnak, a nyomott beton öv rugalmas



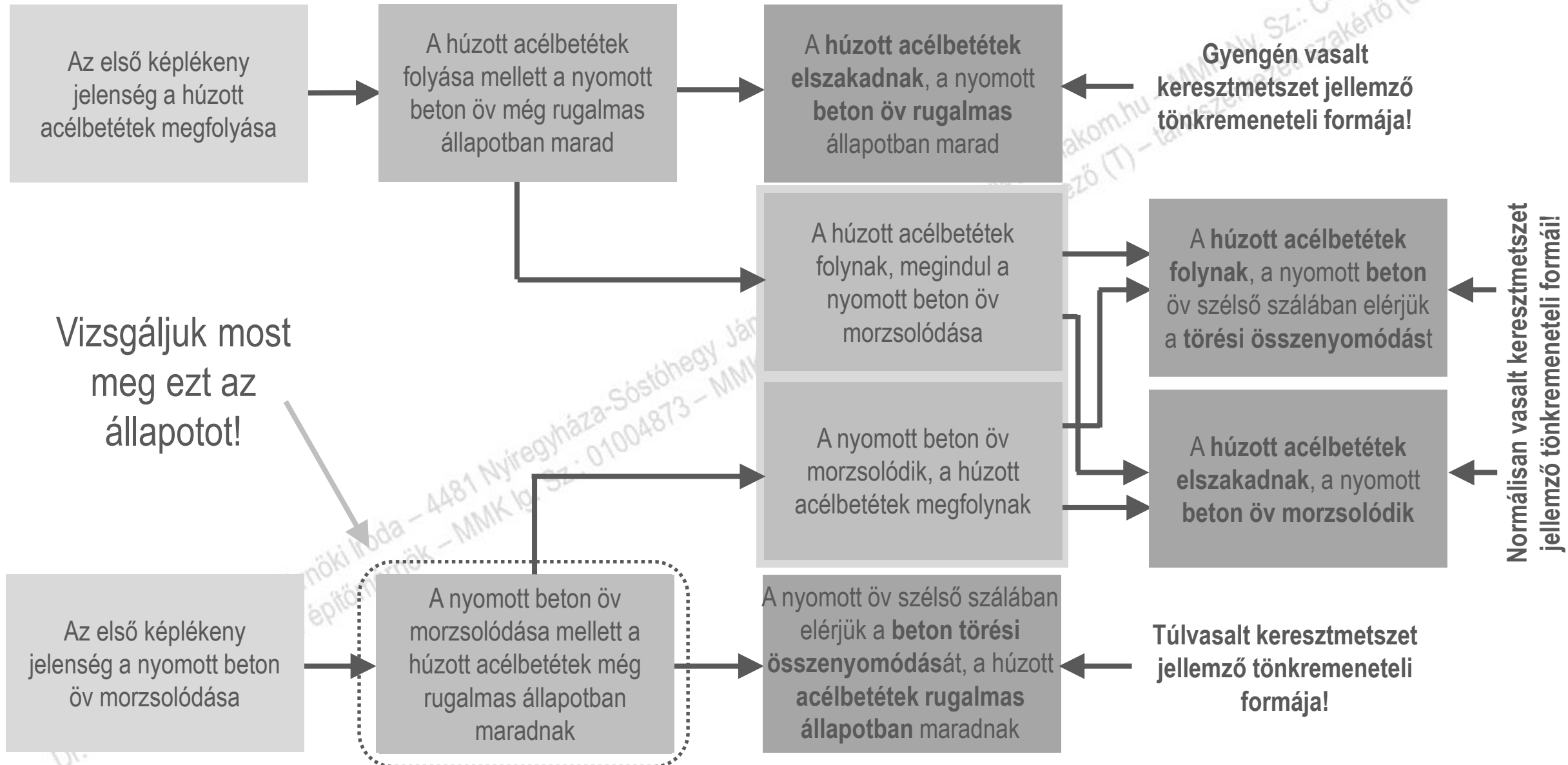
# A húzott acélbetétek elszakadnak, a nyomott beton öv rugalmas



$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c,II}$				$\varepsilon_s = f_{yd} / E_s$
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{c3} = 1,75‰$				$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{uk} (\varepsilon_{ud}) !!!$

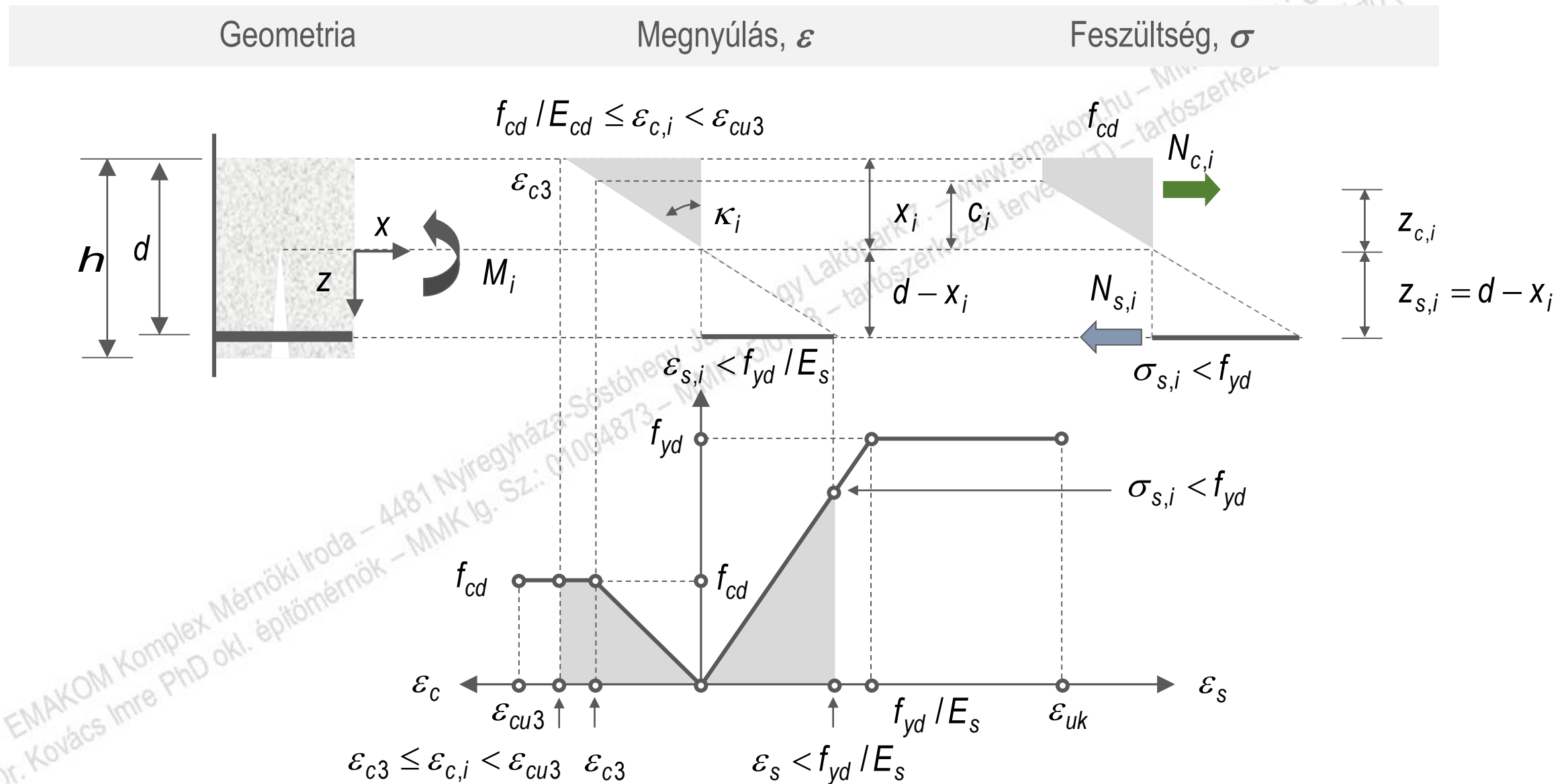
**Gyengén vasalt keresztmetszet jellemző tönkremeneteli formája!**

# A nyomott beton öv morzsolódása mellett a húzott acélbetétek rugalmasak

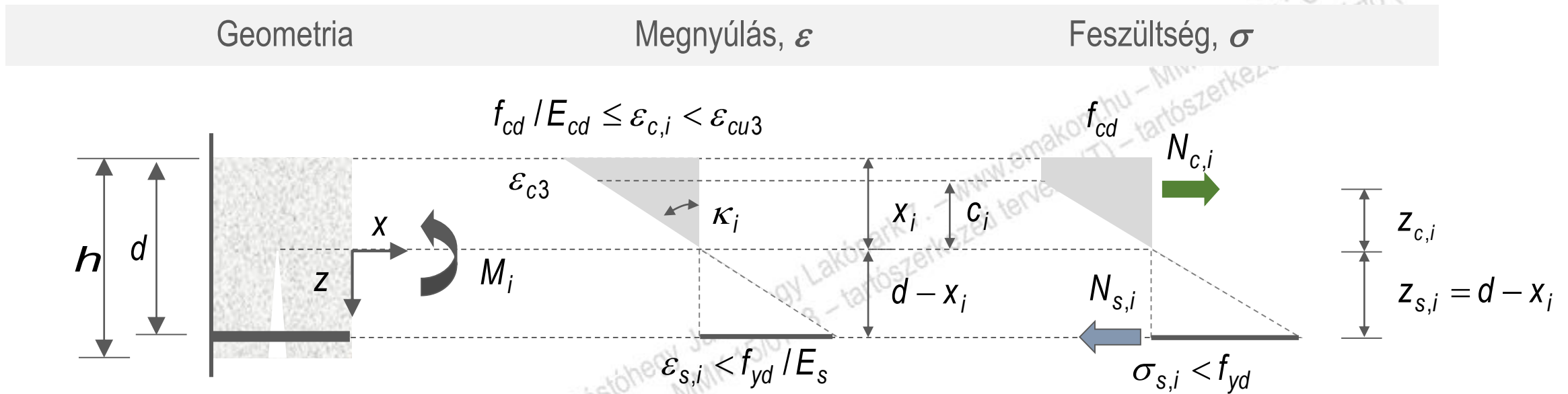




# A nyomott beton öv morzsolódása mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



# A nyomott beton öv morzsolódása mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



## 1. Vetületi egyenlet:

$$\sum N = 0 \rightarrow N_{c,i} - N_s = 0$$

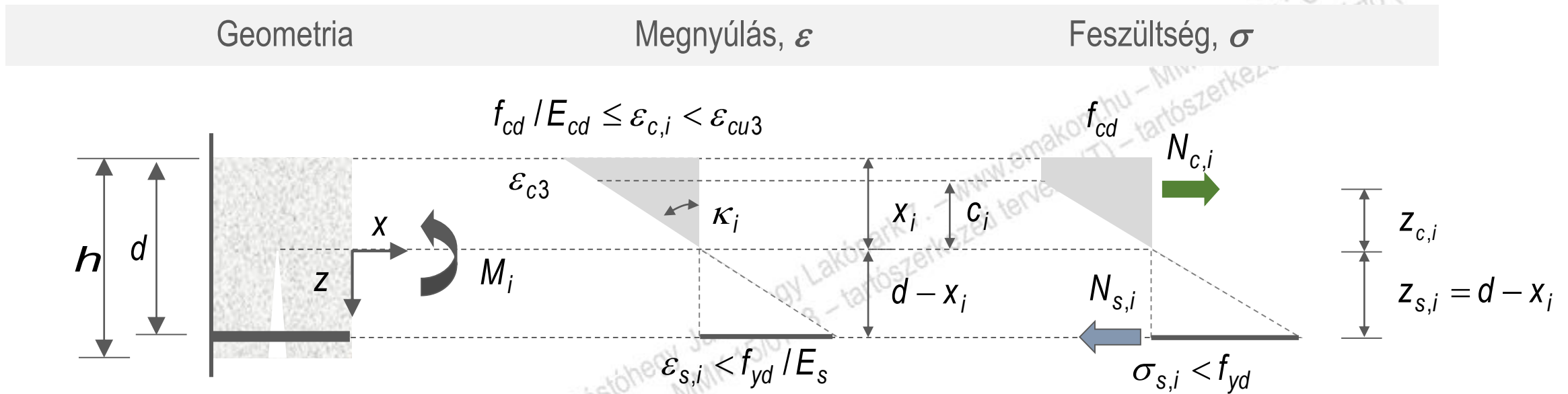
$$\bullet N_{c,i} = f_{cd} \cdot b \cdot x_i - \frac{1}{2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot c_i = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{c_i}{x_i}\right) = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right)$$

$x_i$ -re másodfokú egyenlet, melyben  $\varepsilon_{c,i}$  paraméter!!!  
A megoldás  $\varepsilon_{c,i}$  értékeinek felvételével történik!!!

$$\bullet N_{s,i} = \sigma_{s,i} \cdot A_s = \varepsilon_{s,i} \cdot E_s \cdot A_s = \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{d - x_i}{x_i} \cdot E_s \cdot A_s = \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{d}{x_i} \cdot E_s \cdot A_s - \varepsilon_{c,i} \cdot d \cdot E_s \cdot A_s$$

$$\sum N = 0 \rightarrow \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right) \cdot x_i^2 + \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{A_s \cdot E_s}{b \cdot f_{cd}} \cdot x_i - \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{d \cdot A_s \cdot E_s}{b \cdot f_{cd}} = 0 \rightarrow x_i$$

# A nyomott beton öv morzsolódása mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



## 2. Nyomatéki egyenlet:

$$\Sigma M = 0 \rightarrow M_i - N_{c,i} \cdot z_{c,i} - N_{s,i} \cdot z_{s,i} = 0$$

$$\bullet N_{c,i} \cdot z_{c,i} = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot x_i = f_{cd} \cdot b \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{c,i} - \varepsilon_{c3}}{3 \cdot \varepsilon_{c,i}}\right) \cdot x_i^2$$

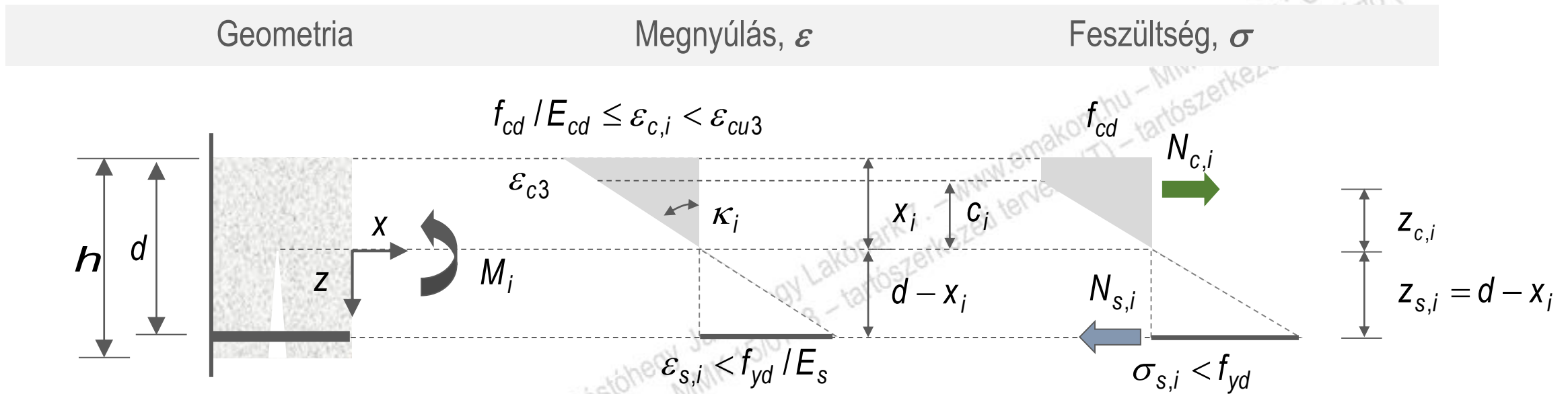
$$\bullet N_{s,i} \cdot z_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{d - x_i}{x_i} \cdot E_s \cdot A_s \cdot (d - x_i) = \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{(d - x_i)^2}{x_i} \cdot E_s \cdot A_s$$

$x_i$  és  $\varepsilon_{c,i}$  értékpárok ismeretében az  $M_i$  nyomatékok és a nekik megfelelő  $\kappa_i$  görbületek meghatározhatók!!!

$$M_i = f_{cd} \cdot b \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{c,i} - \varepsilon_{c3}}{3 \cdot \varepsilon_{c,i}}\right) \cdot x_i^2 + \varepsilon_{c,i} \cdot \frac{(d - x_i)^2}{x_i} \cdot E_s \cdot A_s$$

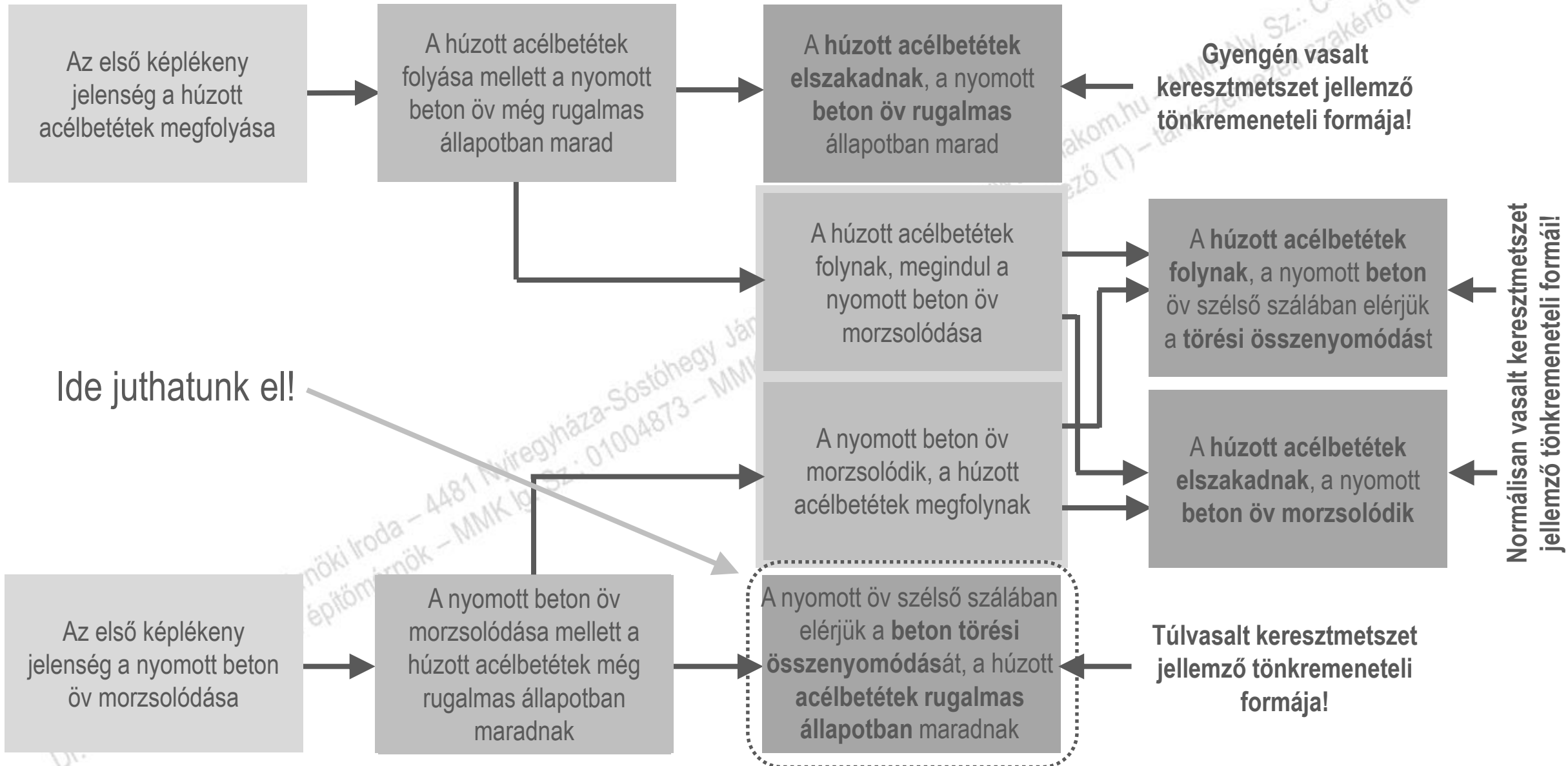
$$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i}$$

# A nyomott beton öv morzsolódása mellett a húzott acélbetétek rugalmasak

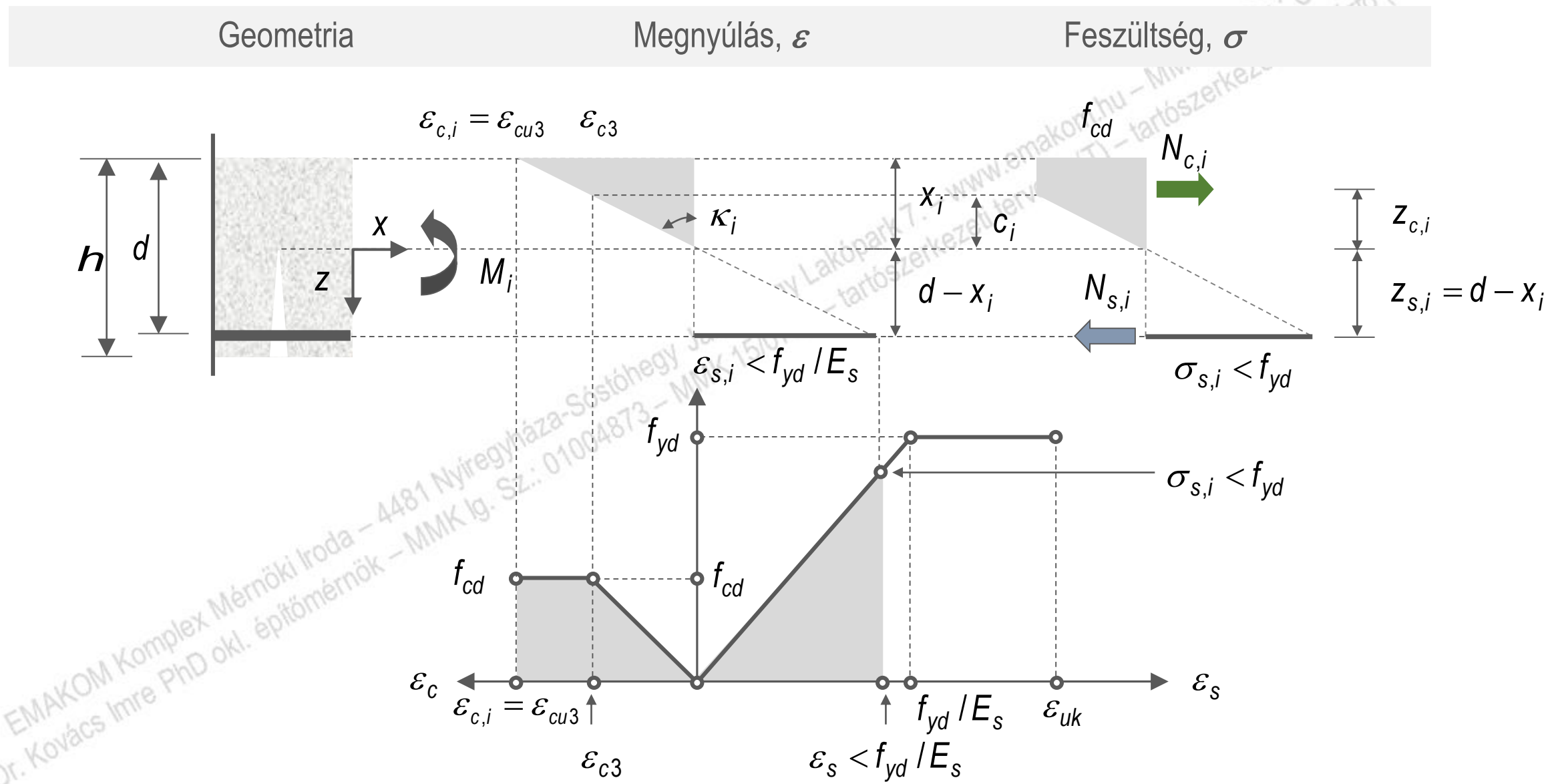


$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c2}$				$\varepsilon_{s,II}$
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
<b>max. <math>\varepsilon_{c,i} &lt; \varepsilon_{cu3}</math> !!!</b>				$\varepsilon_s < f_{yd}/E_s$

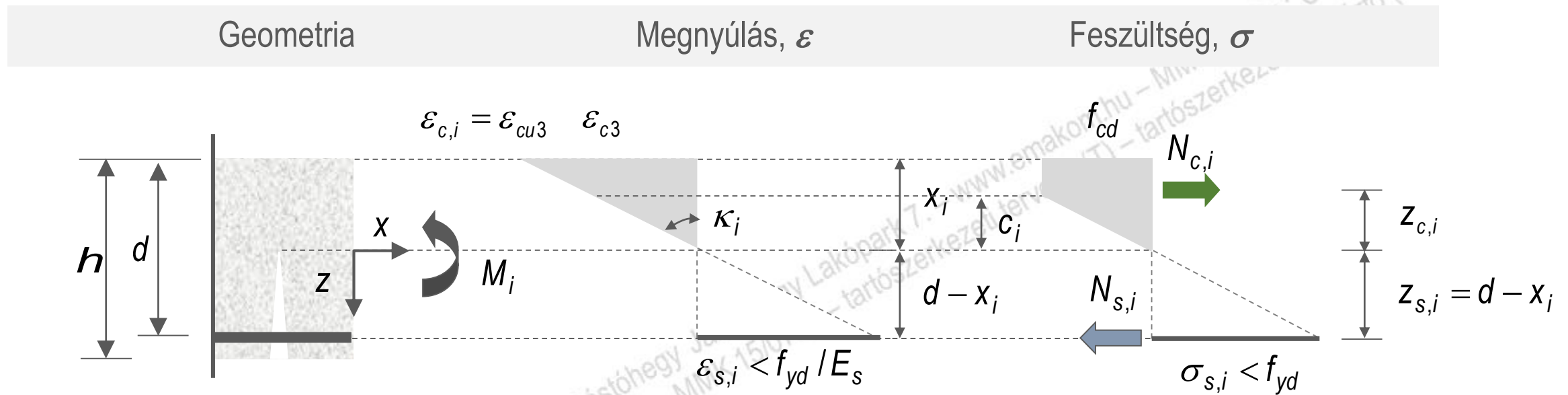
# A nyomott beton öv teherbírásának kimerülése mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



# A nyomott beton öv teherbírásának kimerülése mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



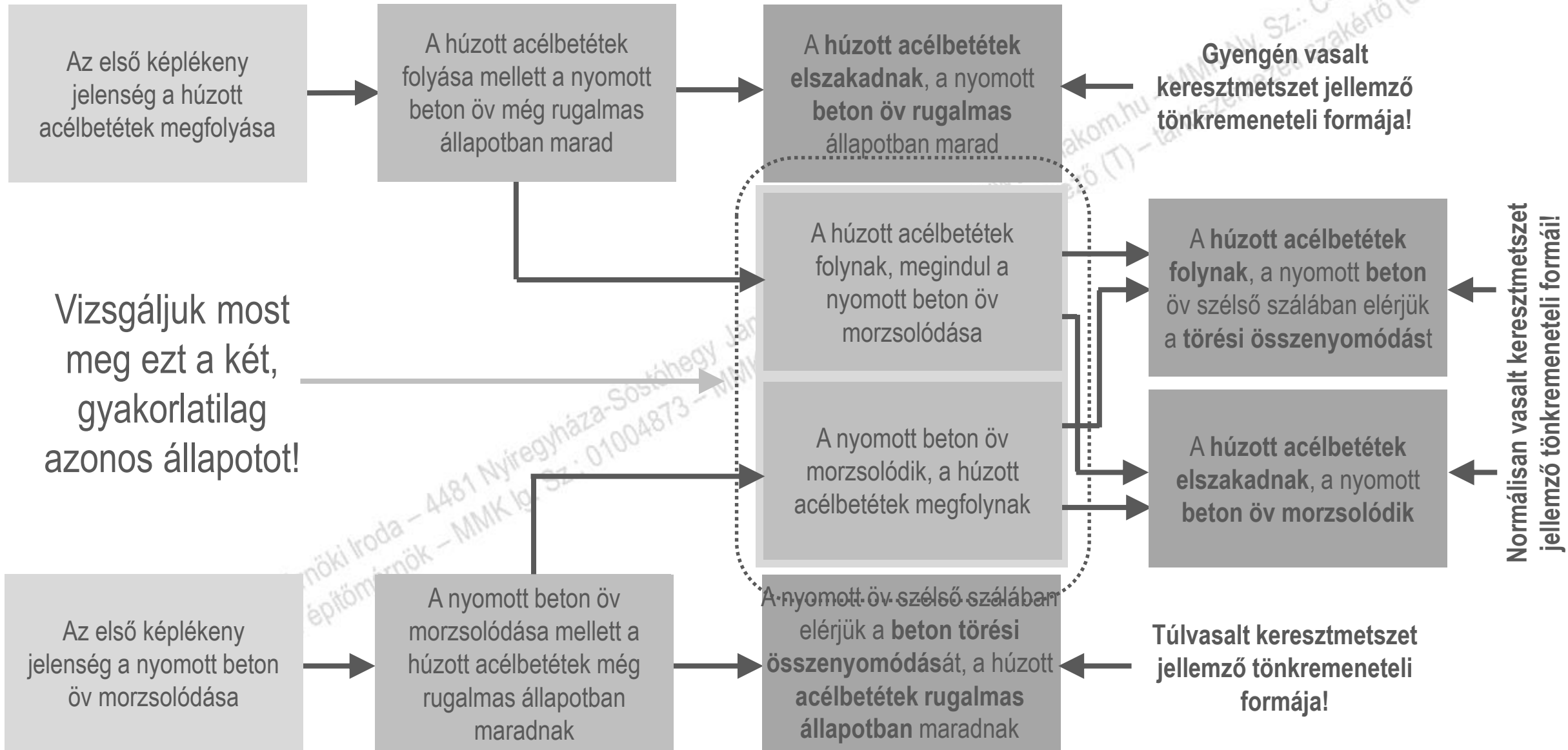
# A nyomott beton öv teherbírásának kimerülése mellett a húzott acélbetétek rugalmasak



$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c2}$				$\varepsilon_{s,II}$
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{cu3} !!!$				$\varepsilon_s < f_{yd} / E_s$

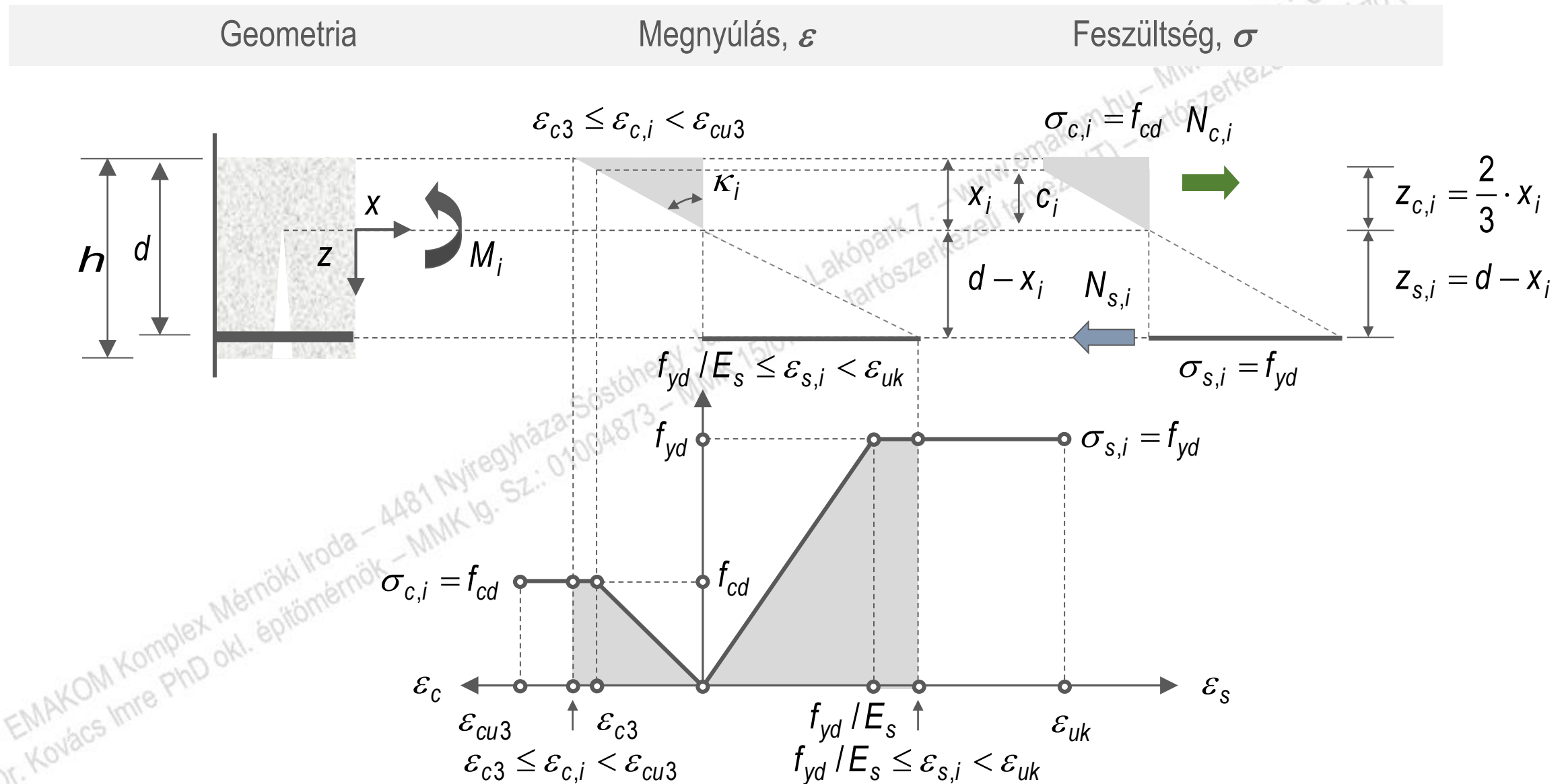
**Túlvasalt keresztmetszet jellemző tönkremeneteli formája!**

# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv morzsolódik

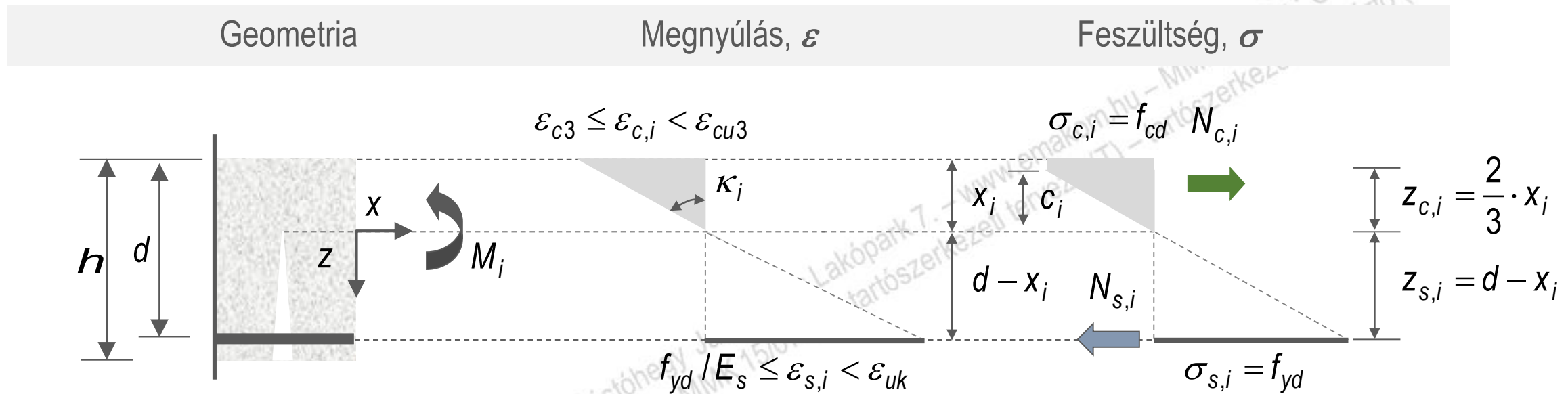




# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv morzsolódik



# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv morzsolódik



## 1. Vetületi egyenlet:

$$\sum N = 0 \rightarrow N_{c,i} - N_{s,i} = 0$$

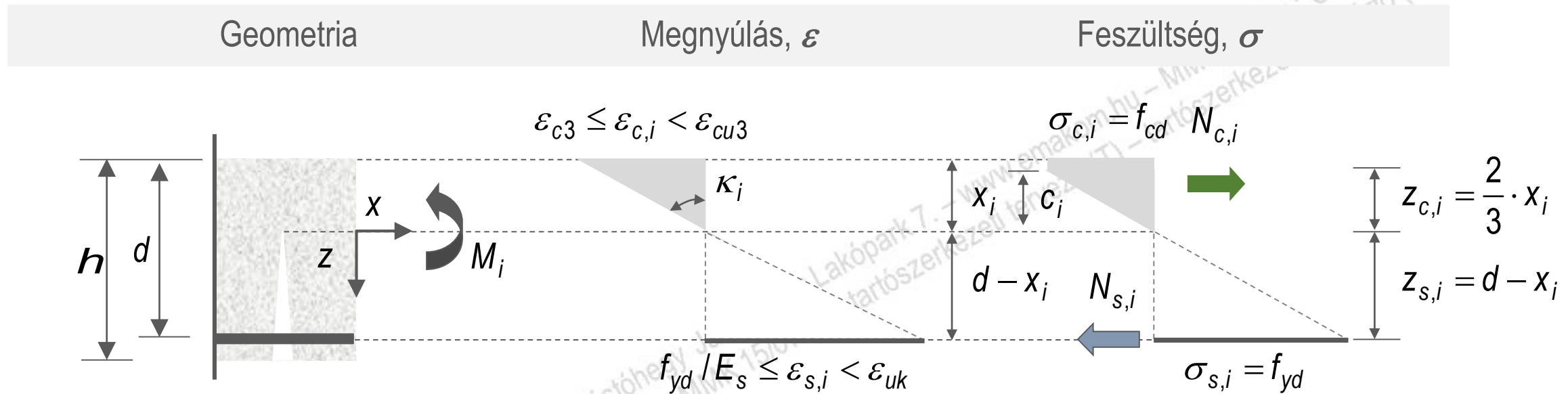
- $$N_{c,i} = f_{cd} \cdot b \cdot x_i - \frac{1}{2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot c_i = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{c_i}{x_i}\right) = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right)$$

$x_i$ -re elsőfokú egyenlet, melyben  $\varepsilon_{c,i}$  paraméter!!!  
A megoldás  $\varepsilon_{c,i}$  értékeinek felvételével történik!!!

- $$N_{s,i} = f_{yd} \cdot A_s$$

$$\sum N = 0 \rightarrow f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right) - f_{yd} \cdot A_s = 0 \rightarrow x_i = \frac{f_{cd} \cdot b}{f_{yd} \cdot A_s} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{c,i}}\right)$$

# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv morzsolódik



## 2. Nyomatéki egyenlet:

$$\Sigma M = 0 \rightarrow M_i - N_{c,i} \cdot z_{c,i} - N_{s,i} \cdot z_{s,i} = 0$$

- $N_{c,i} \cdot z_{c,i} = f_{cd} \cdot b \cdot x_i \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_{c3}}{\epsilon_{c,i}}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot x_i = f_{cd} \cdot b \cdot \left(\frac{2 \cdot \epsilon_{c,i} - \epsilon_{c3}}{3 \cdot \epsilon_{c,i}}\right) \cdot x_i^2$

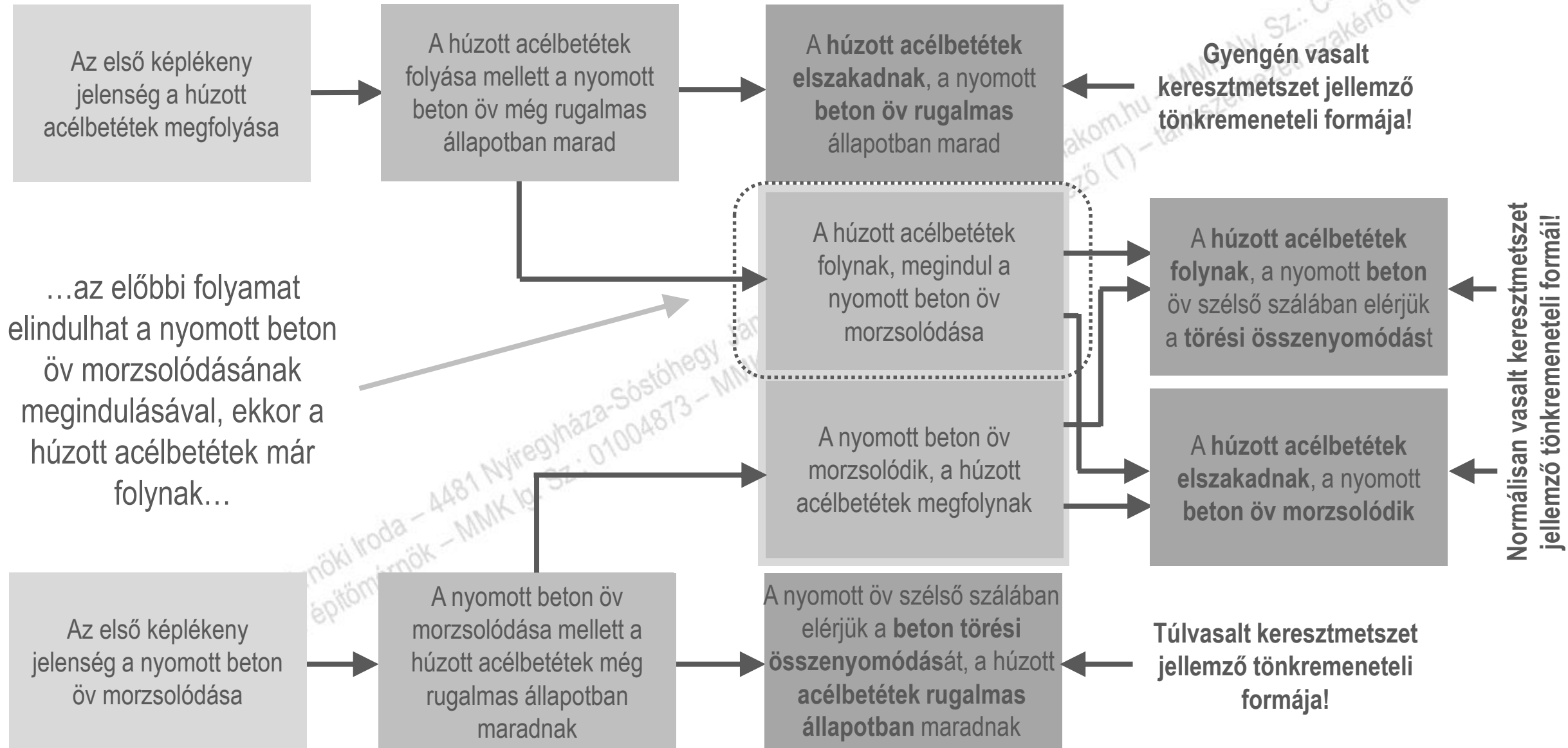
- $N_{s,i} \cdot z_{s,i} = f_{yd} \cdot A_s \cdot (d - x_i)$

$x_i$  és  $\epsilon_{c,i}$  értékpárok ismeretében az  $M_i$  nyomatékok és a nekik megfelelő  $\kappa_i$  görbületek meghatározhatók!!!

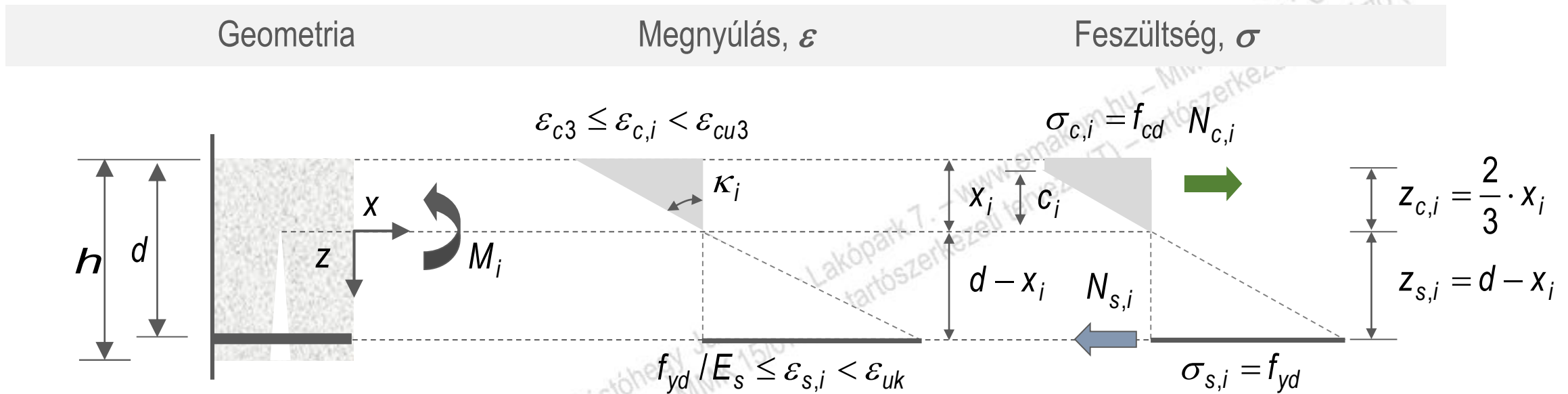
$$M_i = f_{cd} \cdot b \cdot \left(\frac{2 \cdot \epsilon_{c,i} - \epsilon_{c3}}{3 \cdot \epsilon_{c,i}}\right) \cdot x_i^2 + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d - x_i)$$

$$\kappa_i = \frac{\epsilon_{c,i}}{x_i}$$

# A húzott acélbetétek már folynak, a nyomott beton öv morzsolódása megindul

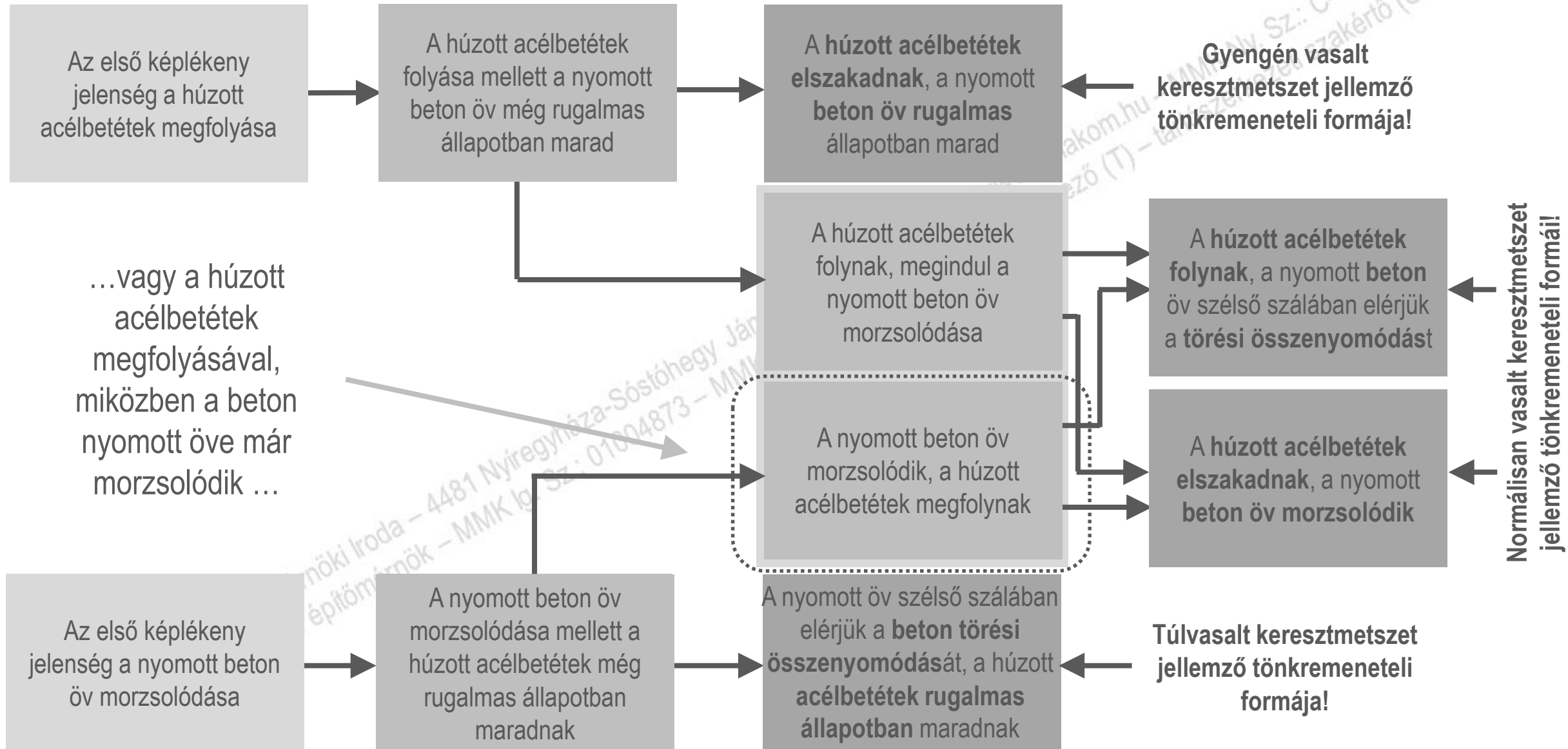


# A húzott acélbetétek már folynak, a nyomott beton öv morzsolódása megindul

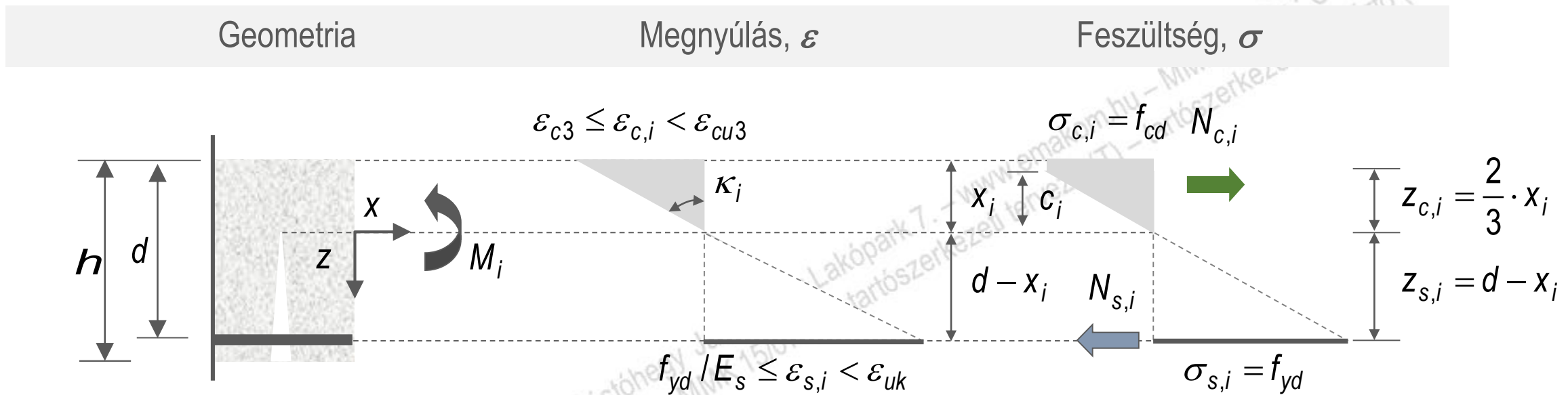


$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c2}$				$\varepsilon_{s,II}$
...				...
....				...

# A nyomott beton öv már morzsolódik, a húzott acélbetétek éppen megfolynak

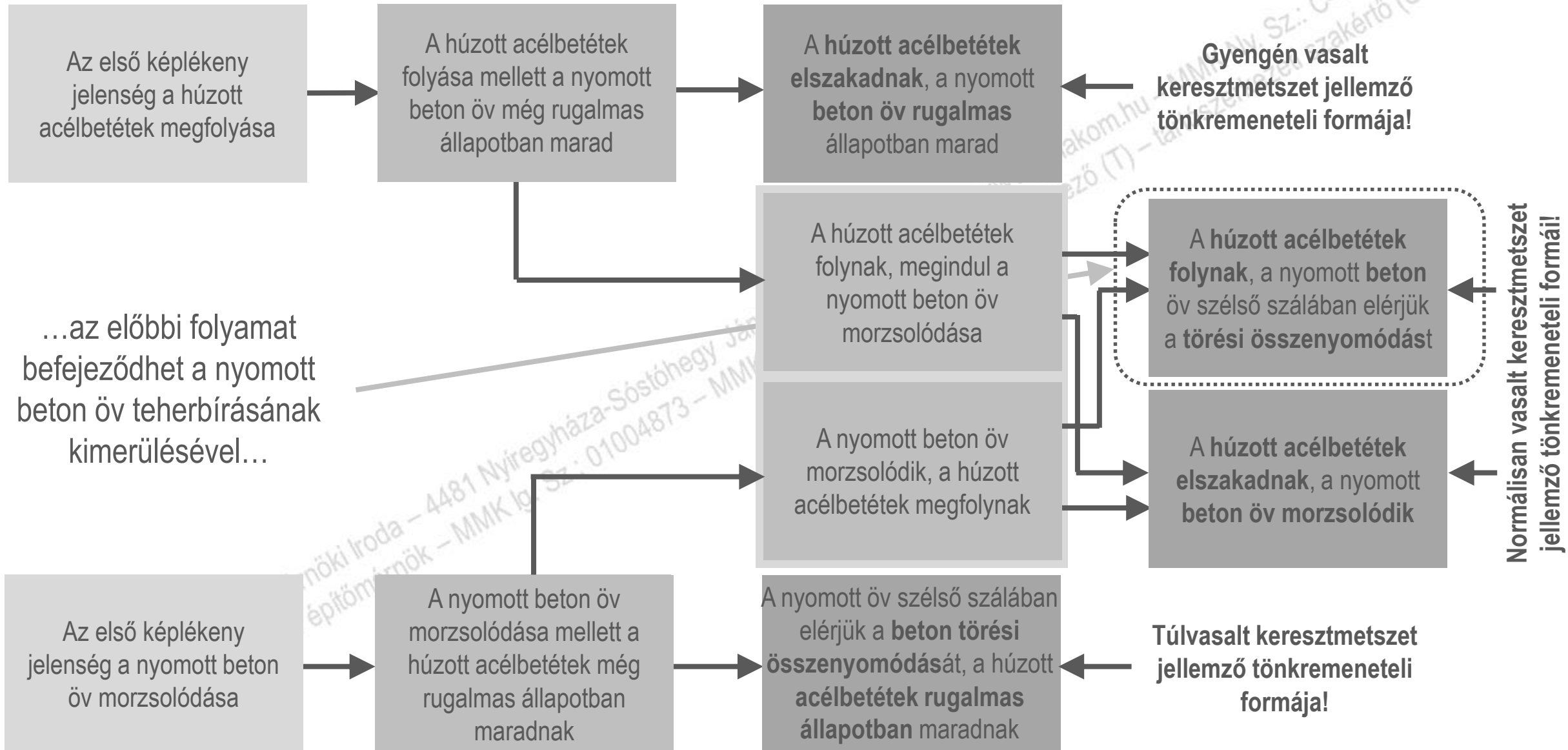


# A nyomott beton öv már morzsolódik, a húzott acélbetétek éppen megfolynak



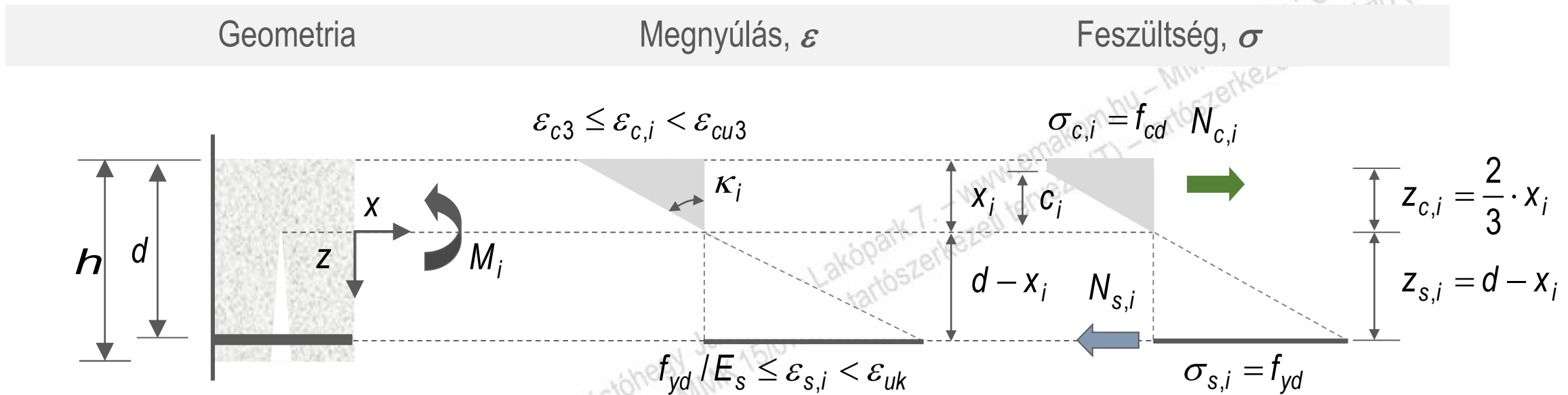
$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
$\varepsilon_{c,i}$				$f_{yd} / E_s$
...				...
....				...

# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv teherbírás kimerül



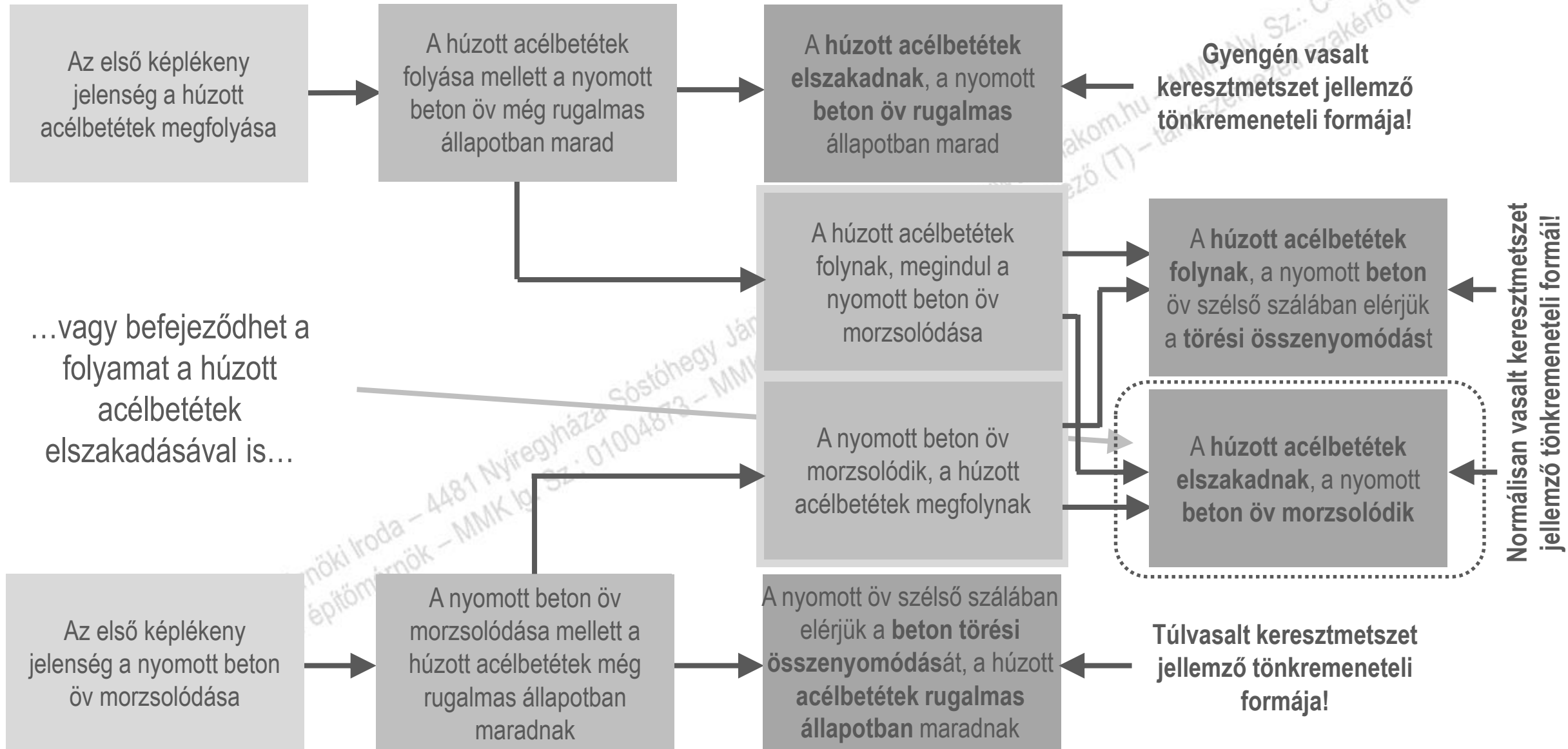


# A húzott acélbetétek folynak, a nyomott beton öv teherbírás kimerül

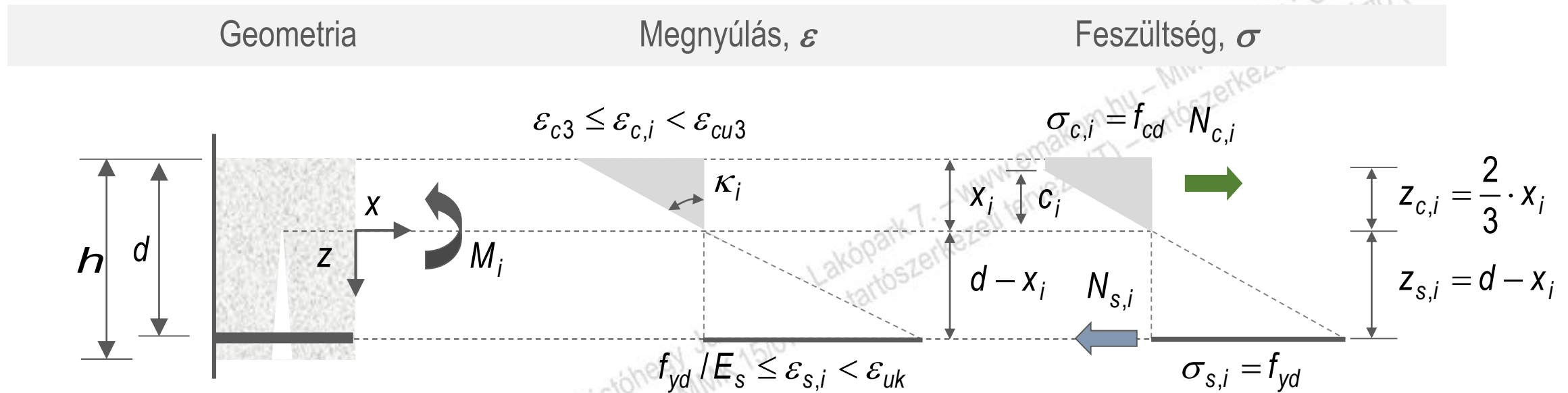


$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d-x_i}{x_i} [‰]$
...				...
$\varepsilon_{c,i}$		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">                     A normálisan vasalt keresztmetszetek egyik jellemző tönkremeneteli formája!                 </div>		Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{cu3} !!!$				$f_{yd} / E_s \leq \varepsilon_{s,i} < \varepsilon_{uk}$

# A nyomott beton öv morzsolódása közben a húzott acélbetétek elszakadnak



# A nyomott beton öv morzsolódása közben a húzott acélbetétek elszakadnak



$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d - x_i}{x_i} [‰]$
...				...
$\varepsilon_{c,i}$		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">                     A normálisan vasalt keresztmetszetek másik jellemző tönkremeneteli formája!                 </div>		Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{cu3}$				$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{uk} !!!$

# Az intermedier állapot vége a törési állapot, másként a III. feszültségi állapot

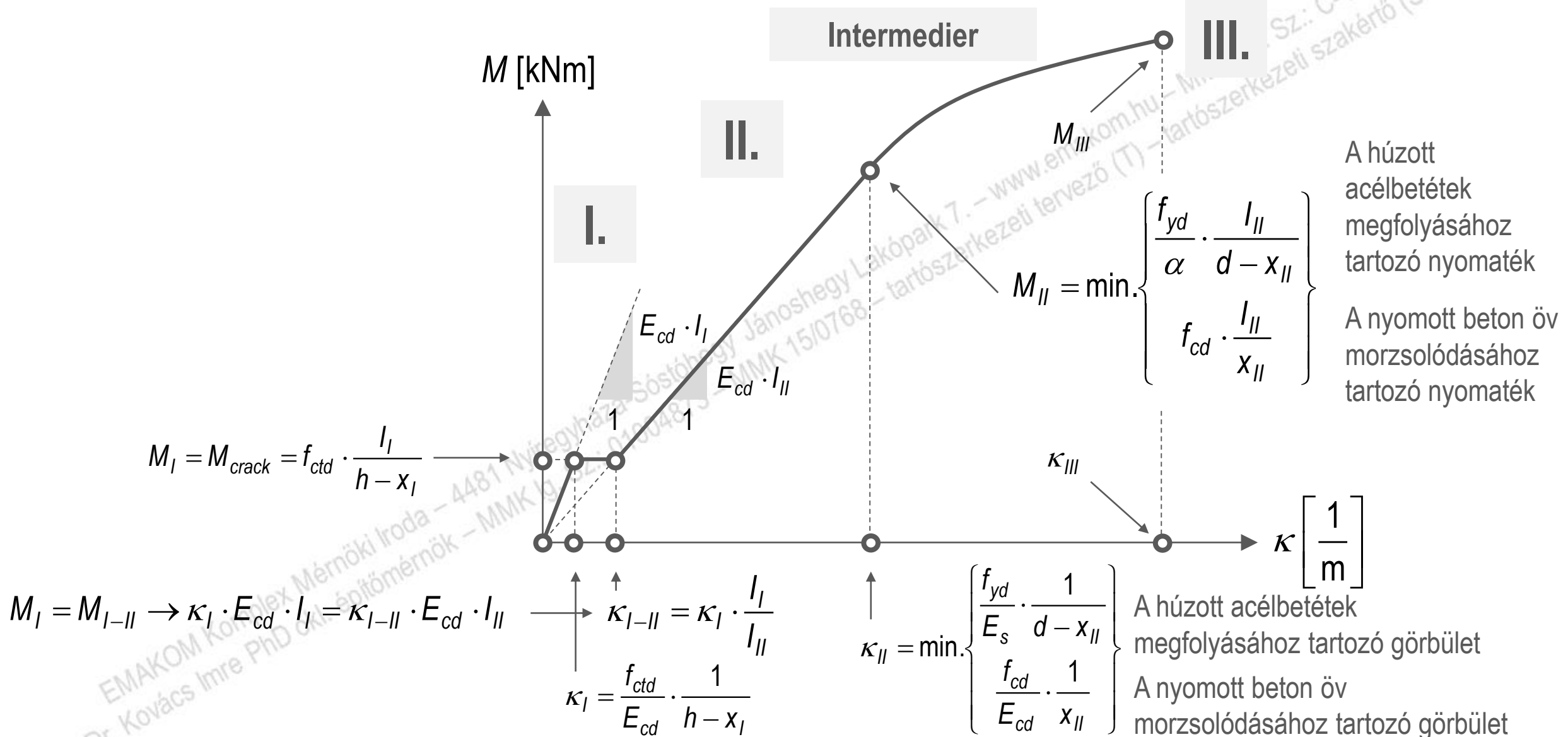
$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d-x_i}{x_i} [‰]$
...				...
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{cu3} !!!$				$f_{yd} / E_s \leq \varepsilon_{s,i} < \varepsilon_{uk}$

A normálisan vasalt keresztmetszetek egyik jellemző tönkremeneteli formája!

$\varepsilon_{c,i} [‰]$	$x_i [mm]$	$\kappa_i = \frac{\varepsilon_{c,i}}{x_i} \left[ \frac{1}{mm} \right]$	$M_i [kNm]$	$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{c,i} \frac{d-x_i}{x_i} [‰]$
...				...
$\varepsilon_{c,i}$				Ellenőrzés $\varepsilon_{s,i}$ értékeire!
....				...
$\varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_{c,i} < \varepsilon_{cu3}$				$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{uk} !!!$

A normálisan vasalt keresztmetszetek másik jellemző tönkremeneteli formája!

# Az I., II., az intermedier (átmeneti) és a III. feszültségi állapot



# Az I., II., az intermedier (átmeneti) és a III. feszültségi állapot használata

## Teherbírási határállapot ULS

$$p_{Ed} = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k \rightarrow M_{Ed} \leq M_{Rd}$$

pl.:  $p_{Ed} = 1,35 \cdot 8,60 + 1,50 \cdot 2,50 \approx 15,40 \text{ kN/m}^2$

## Használhatósági határállapot SLS

$$p_{E,char} = G_k + Q_k \rightarrow M_{E,char}$$

pl.:  $p_{E,char} = 8,60 + 2,50 \approx 11,10 \text{ kN/m}^2$

$$p_{E,freq} = G_k + \psi_1 \cdot Q_k \rightarrow M_{E,freq}$$

pl.:  $p_{E,freq} = 8,60 + 0,50 \cdot 2,50 \approx 9,90 \text{ kN/m}^2$

$$p_{E,quasi} = G_k + \psi_2 \cdot Q_k \rightarrow M_{E,quasi}$$

pl.:  $p_{E,quasi} = 8,60 + 0,30 \cdot 2,50 \approx 9,40 \text{ kN/m}^2$

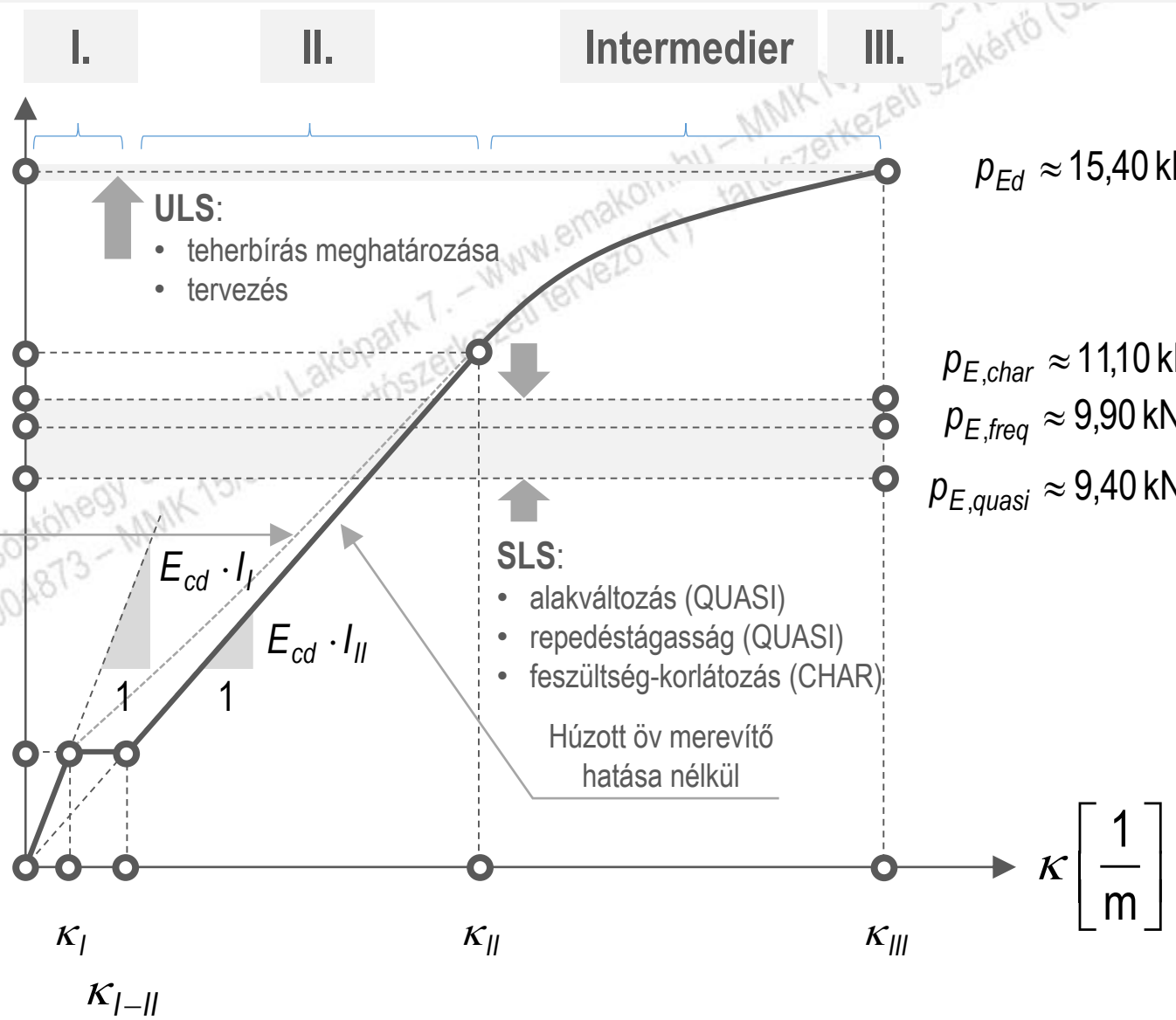
M [kNm]

$$M_{III} = M_{Rd}$$

(M<sub>II</sub>)

Húzott öv  
merevítő  
hatása

M<sub>crack</sub>



ULS:

- teherbírás meghatározása
- tervezés

SLS:

- alakváltozás (QUASI)
- repedéstágasság (QUASI)
- feszültség-korlátozás (CHAR)

Húzott öv merevítő hatása nélkül

$$p_{Ed} \approx 15,40 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{E,char} \approx 11,10 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{E,freq} \approx 9,90 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{E,quasi} \approx 9,40 \text{ kN/m}^2$$

$$\kappa \left[ \frac{1}{m} \right]$$



Köszönöm a figyelmet!

# Vasbetonszerkezetek

## 15. Témakör

### Hajlított vasbeton keresztmetszet átmeneti – intermedier - állapotban

Dr. Kovács Imre PhD  
tanszékvezető főiskolai tanár  
tartószerkezeti tervező  
tartószerkezeti szakértő  
tárgyelőadó



**EMAKOM**  
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA

info@emakom.hu  
+36 30 743 6865  
www.emakom.hu