Vasbetonszerkezetek

14. Témakör

Hajlított vasbeton keresztmetszet berepedt állapotban, a II. feszültségi állapot

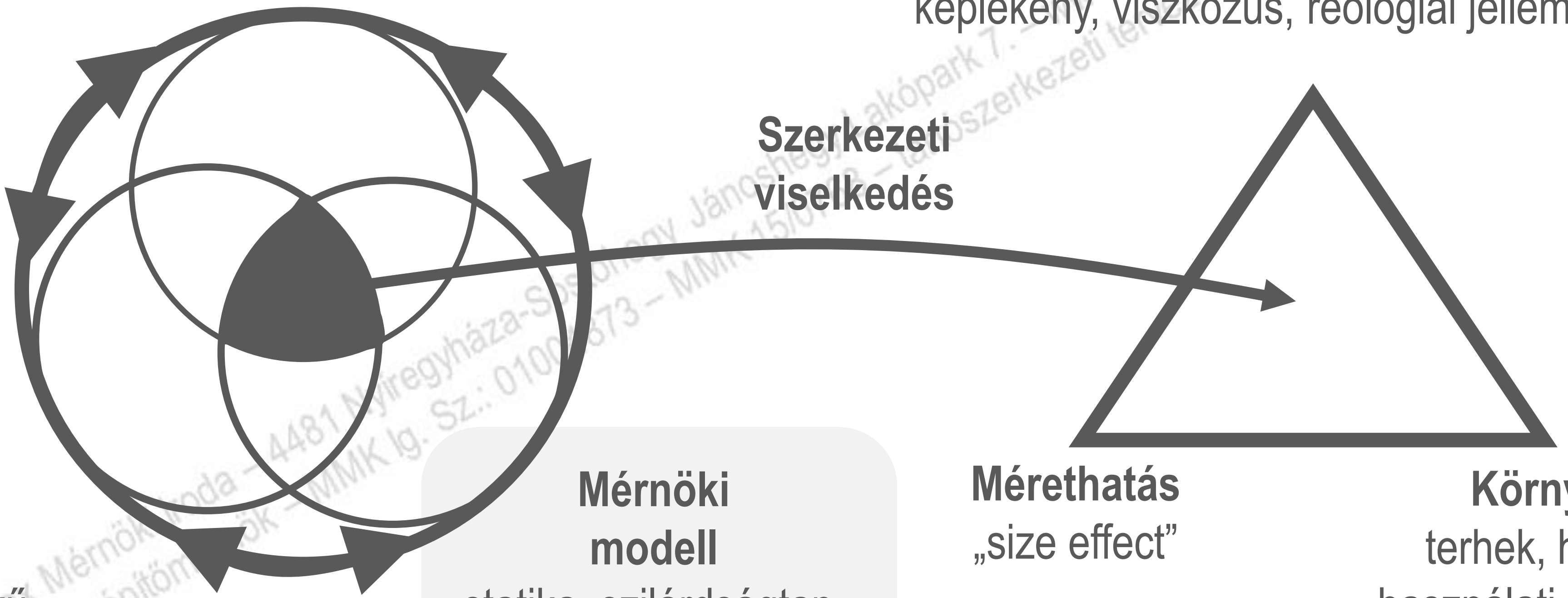
Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó

EMAKOM
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA
info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu

Vasbeton szerkezetek viselkedésének modellezése

Numerikus modell
lineáris, nem lineáris, képlékeny, 1. rendű elmélet, 2. rendű elmélet, stb.

Anyagjellemzők
homogén, inhomogén, izotróp, anizotrop
lineárisan rugalmas, nem lineárisan rugalmas, képlékeny, viszkózus, reológiai jellemzők, stb.



Kísérleti modell
valós léptékű, nem valós léptékű, stb.

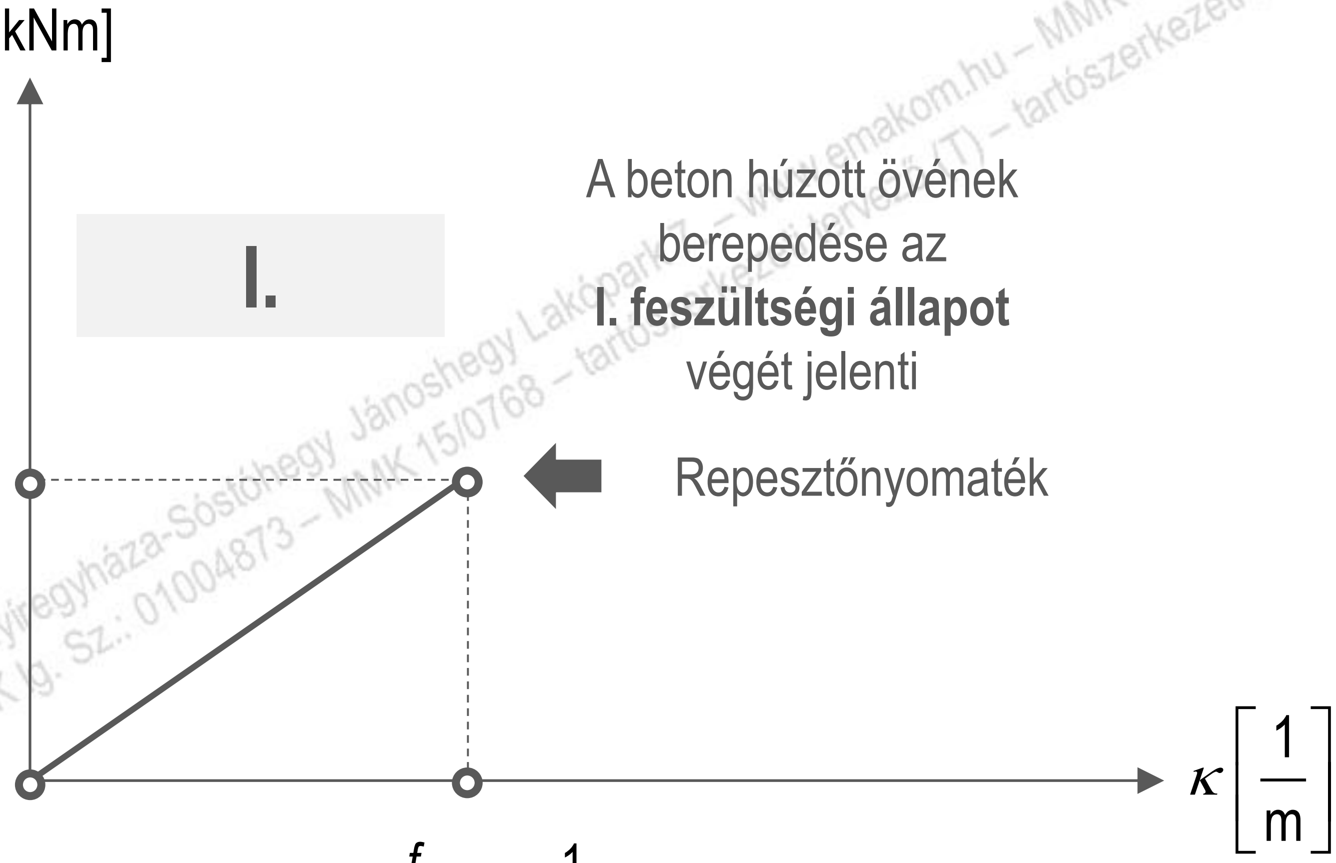
Mérnöki modell
statika, szilárdságtan, rugalmasságtan, dinamika, stb.

Mérethatás
„size effect”

Környezet
terhek, hatások, használati élettartam, teljesítőképesség, tartóssági kérdések, stb.

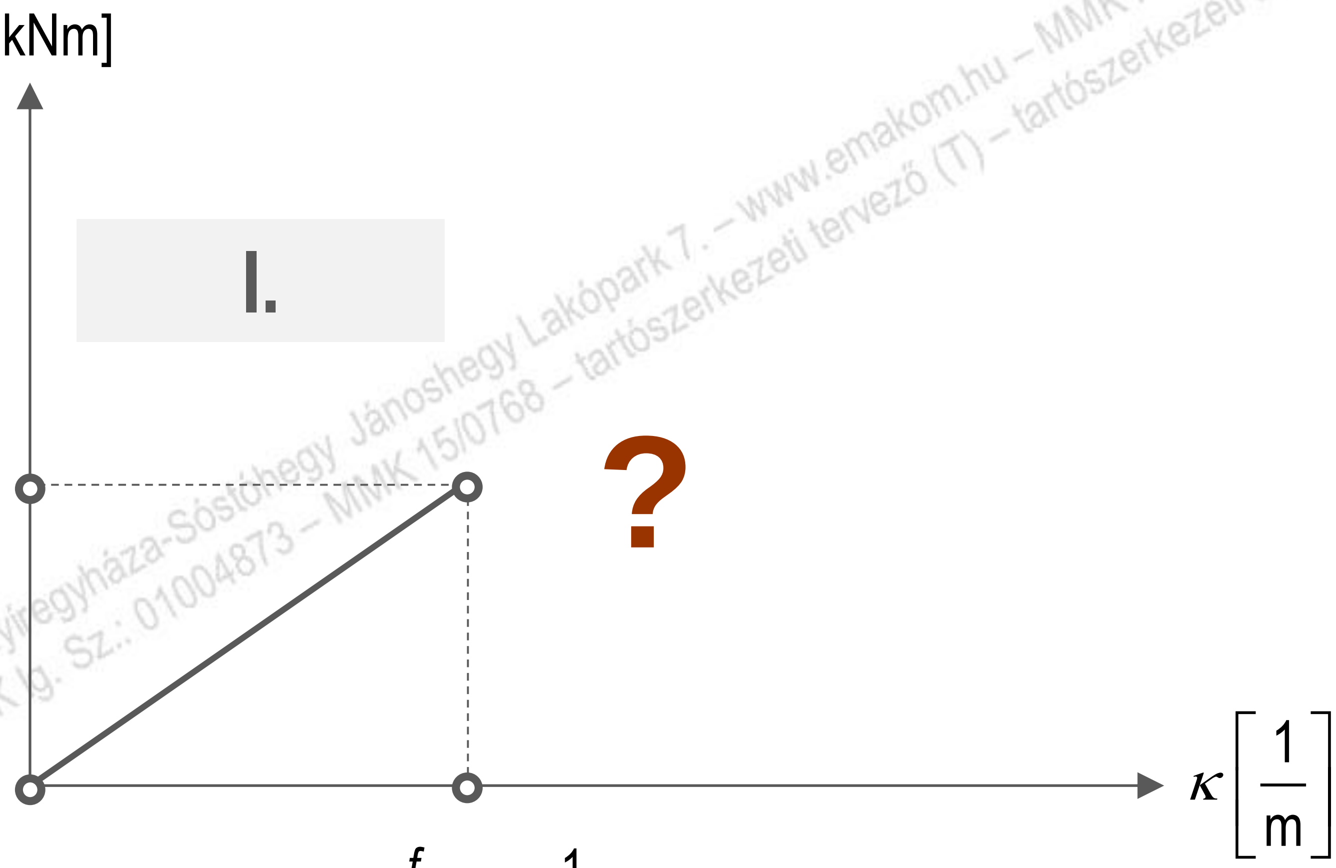
Vasbeton keresztmetszet az I. feszültségi állapot végén – a berepedés pillanata

$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I}$$



$$\kappa_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I}$$

Vasbeton keresztmetszet a berepedést követően



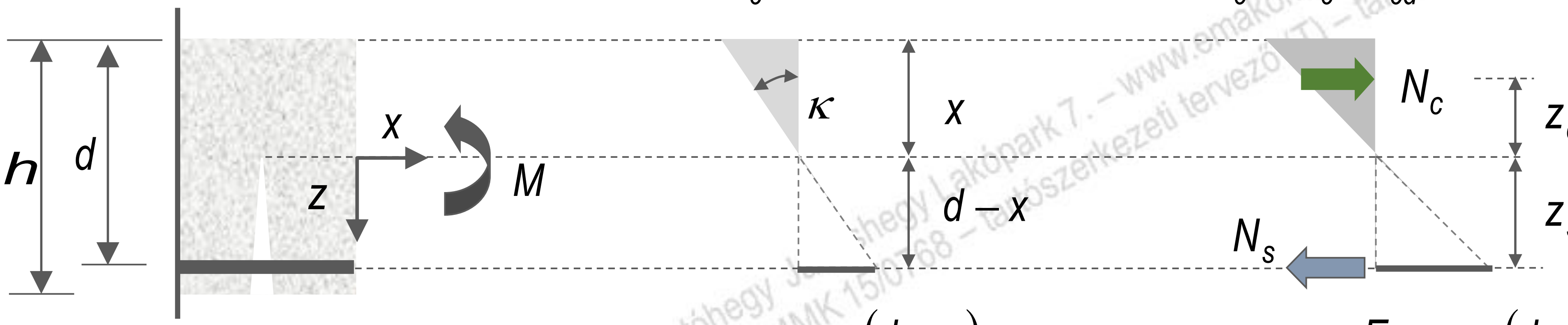
$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I}$$

$$\kappa_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet:

Belső erők: $N_c = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x) \cdot E_{cd} \cdot x \cdot b$

Belső erők karja: $z_c = \frac{2}{3} \cdot x$

$\Sigma N = 0 \rightarrow 0 = N_c - N_s$

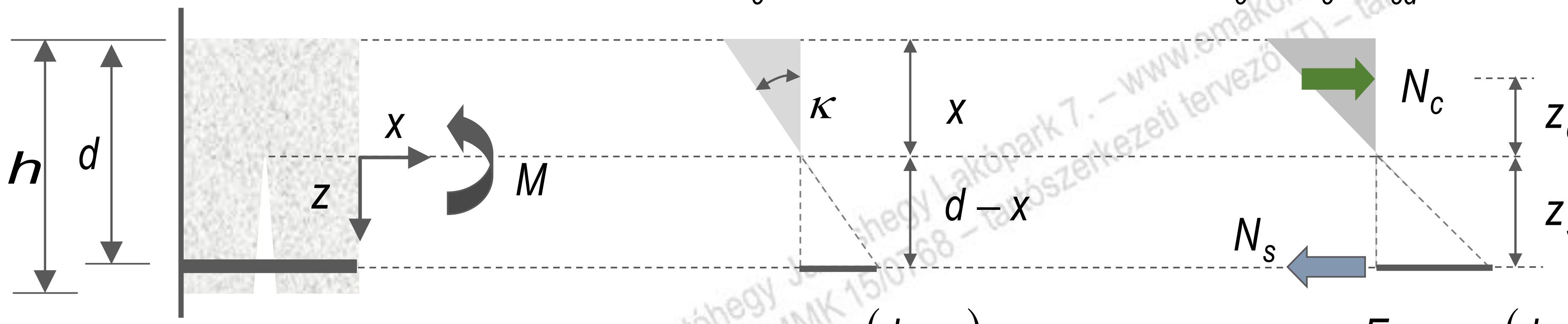
$N_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s \cdot A_s$

$z_s = (d - x)$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet:

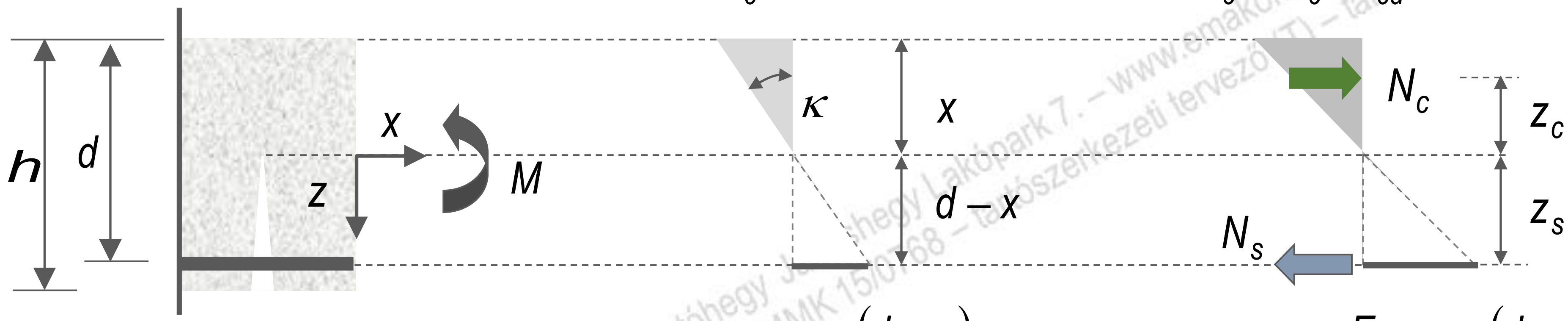
$$\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_s$$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x) \cdot E_{cd} \cdot x \cdot b - \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s \cdot A_s$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_s$$

Statikai nyomaték a hajlítás tengelyére

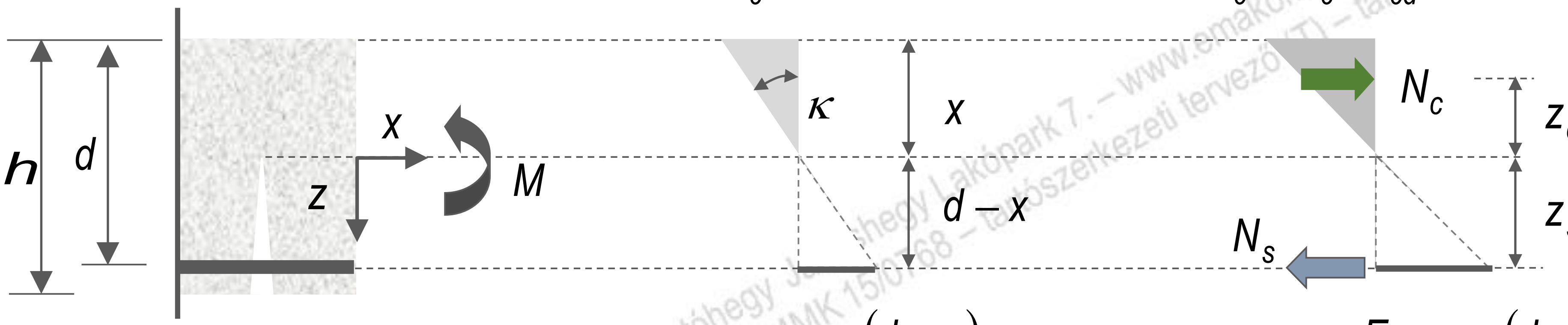
$$0 = \kappa \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot A_s \right\} \quad ➡ \quad \alpha = \frac{E_s}{E_{cd}} \quad ➡$$

$$\boxed{0 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_s$$

Súlyponti tengely helyzete / Nyomott öv magassága

$$0 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s \;\Rightarrow\; a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0,\quad b \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot A_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = 0 \;\Rightarrow$$

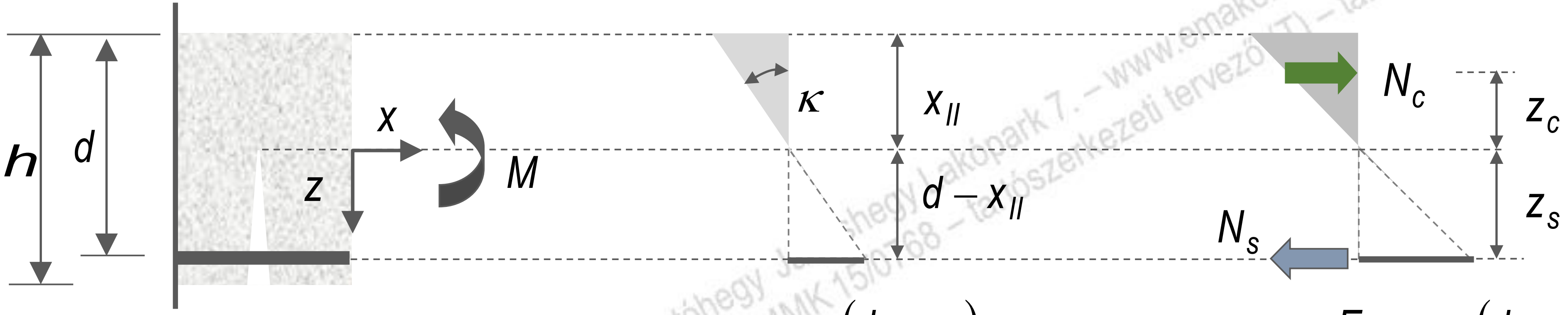
$$\boxed{x = x_{II} = -\frac{\alpha \cdot A_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{\alpha \cdot A_s}{b}\right)^2 + \frac{\alpha \cdot A_s}{b} \cdot 2 \cdot d}}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_{II}$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_{II} \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x_{II})$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x_{II}) \cdot E_s$$

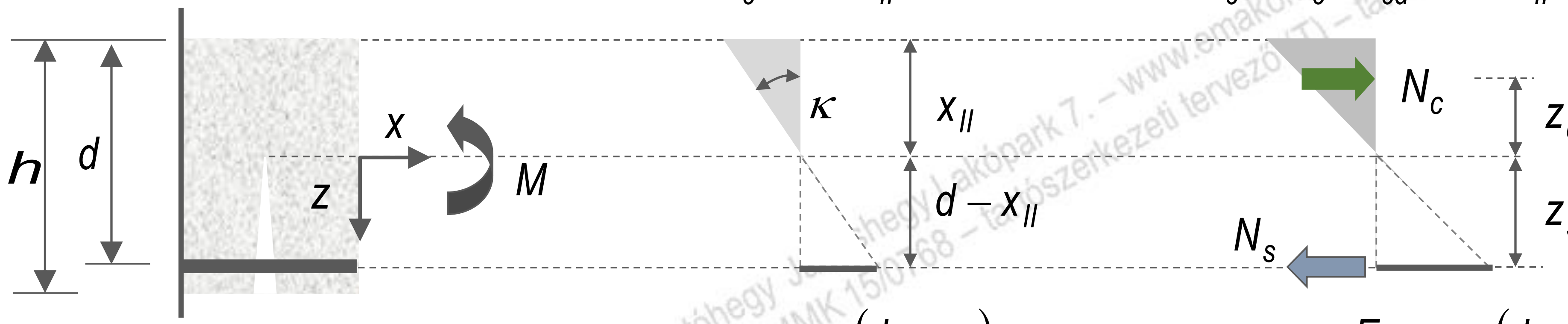
2. Nyomatéki egyenlet: $\Sigma M = 0 \quad \rightarrow \quad M = N_c \cdot z_c + N_s \cdot z_s$

$$M = \left\{ \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x_{II}) \cdot E_{cd} \cdot b \cdot x_{II} \right\} \cdot \frac{2}{3} \cdot x_{II} + \kappa \cdot (d - x_{II}) \cdot E_s \cdot A_s \cdot (d - x_{II})$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_{II} \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_{II} \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x_{II}) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x_{II}) \cdot E_s$$

2. Nyomatéki egyenlet:

$$\Sigma M = 0 \quad \rightarrow \quad M = N_c \cdot z_c + N_s \cdot z_s$$

A keresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka rugalmas/berepedt állapotban

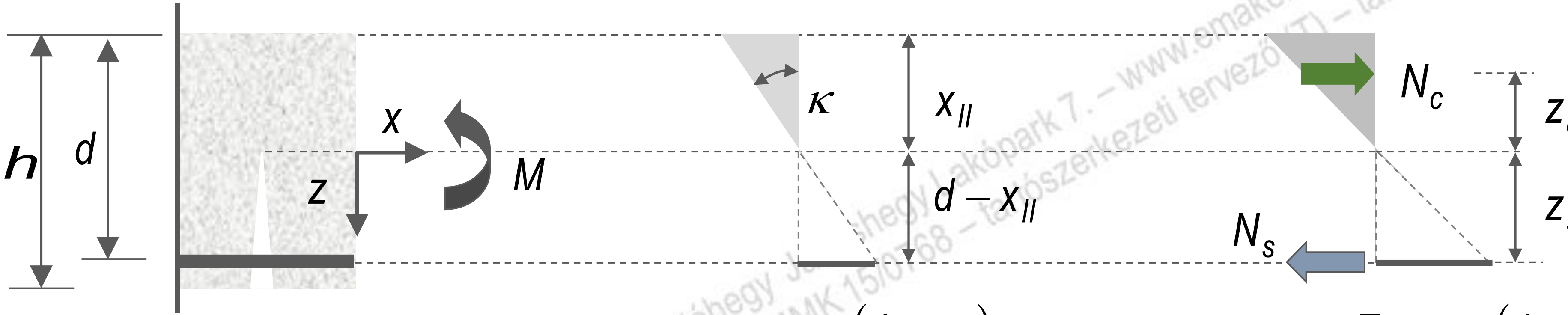
$$M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot \boxed{\left\{ \frac{b \cdot x_{II}^{\,3}}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \right\}} \quad \Rightarrow \quad M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot \boxed{I_{II}}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_{II}$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_{II} \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_s = \kappa \cdot \left(d - x_{II}\right)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot E_s$$

Keresztmetszeti tényező a húzott acélbetétel súlypontjára rugalmas/berepedt állapotban

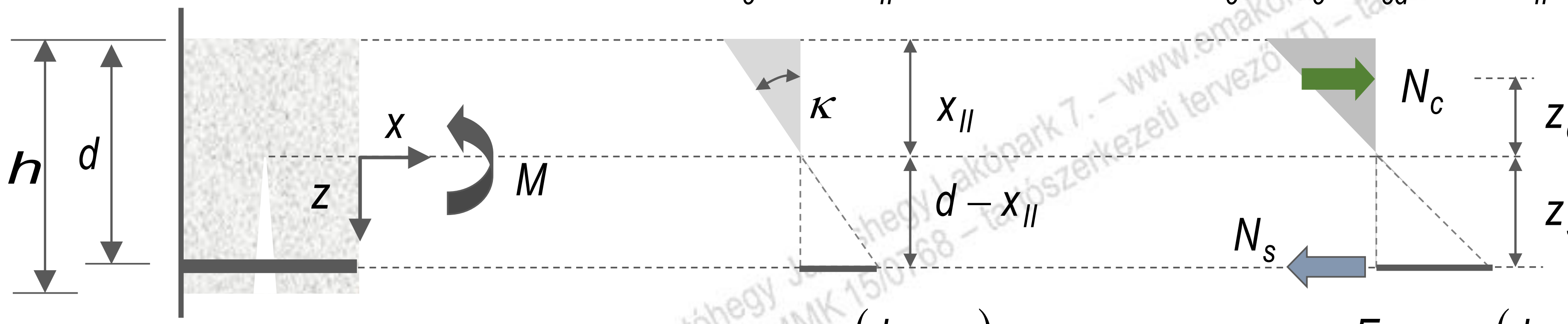
$$\kappa = \frac{\varepsilon_s}{d - x_{II}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} \Rightarrow$$

$$M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I_{II} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot E_{cd} \cdot \frac{\left\{ \dfrac{b \cdot x_{II}^{\ 3}}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot \left(d - x_{II}\right)^2 \right\}}{d - x_{II}} = \frac{\sigma_s}{\alpha} \cdot \frac{I_{II}}{d - x_{II}} = \frac{\sigma_s}{\alpha} \cdot \boxed{W_{II}^{s}}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/berepedt állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_{II} \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_{II} \cdot E_{cd}$$



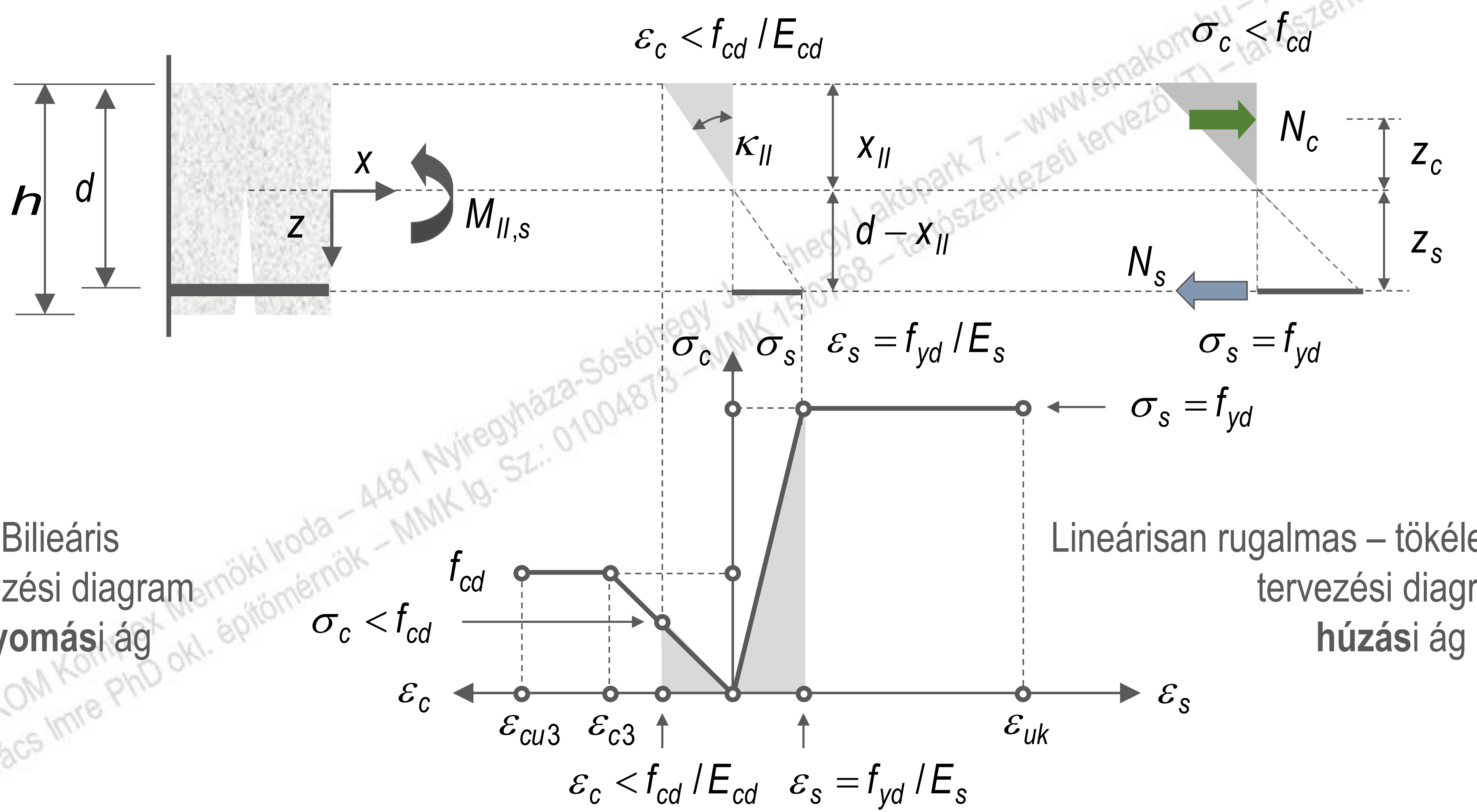
$$\varepsilon_s = \kappa \cdot \left(d - x_{II}\right) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot \left(d - x_{II}\right) \cdot E_s$$

Keresztmetszeti tényező a nyomott beton öv szélső szálára rugalmas/berepedt állapotban

$$\kappa = \frac{\varepsilon_c}{x_{II}} = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{x_{II}} \quad \Rightarrow \quad M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I_{II} = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} \cdot E_{cd} \cdot \frac{\left\{ \dfrac{b \cdot x_{II}^{\,3}}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot \left(d - x_{II}\right)^2 \right\}}{x_{II}} = \sigma_c \cdot \frac{I_{II}}{x_{II}} = \sigma_c \cdot \boxed{W_{II}^{c}}$$

Az első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyása – $\sigma_s = f_{yd}$

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

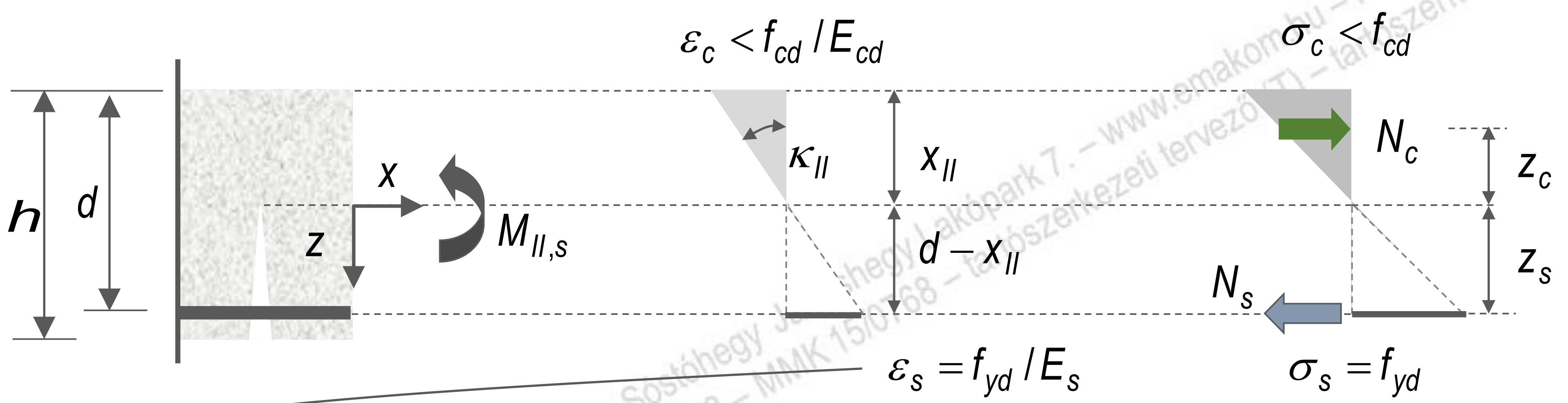


Bilieáris
tervezési diagram
nyomási ág

Lineárisan rugalmas – tökéletesen képlékeny
tervezési diagram
húzási ág

Az első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyása – $\sigma_s = f_{yd}$

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

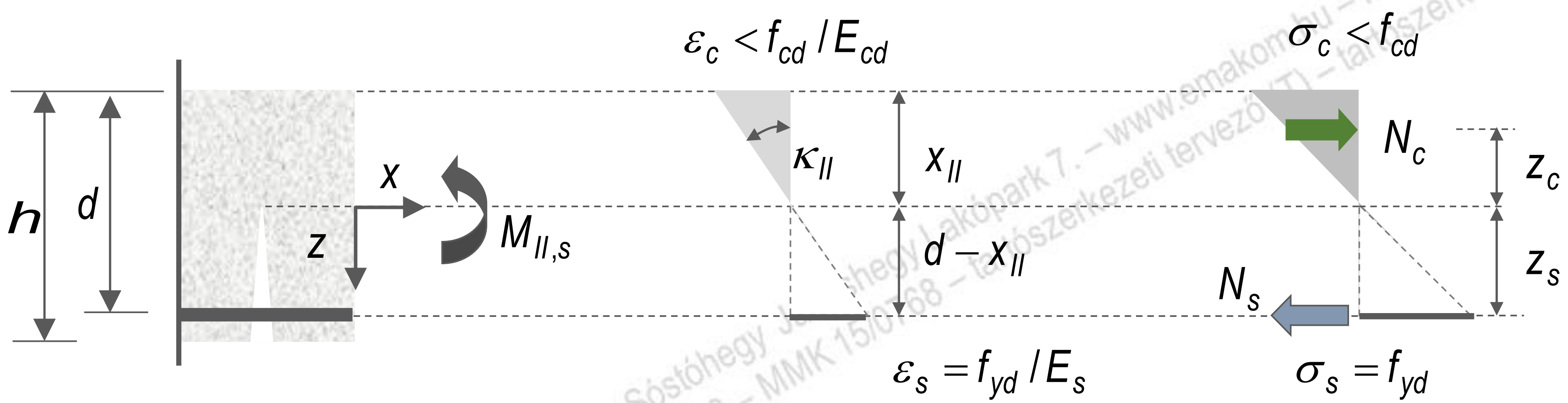


A húzott acélbetétek megfolyását okozó hajlítónyomaték értéke a rugalmas/berepedt vagy más néven II. feszültségi állapot végén

$$\kappa_{II} = \frac{\varepsilon_s}{d - x_{II}} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} \Rightarrow \boxed{M_{II}} = \kappa_{II} \cdot E_{cd} \cdot I_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot E_{cd} \cdot \frac{\left\{ \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \right\}}{d - x_{II}} = \frac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \frac{I_{II}}{d - x_{II}} = \boxed{\frac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^s}$$

Az első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyása – $\sigma_s = f_{yd}$

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

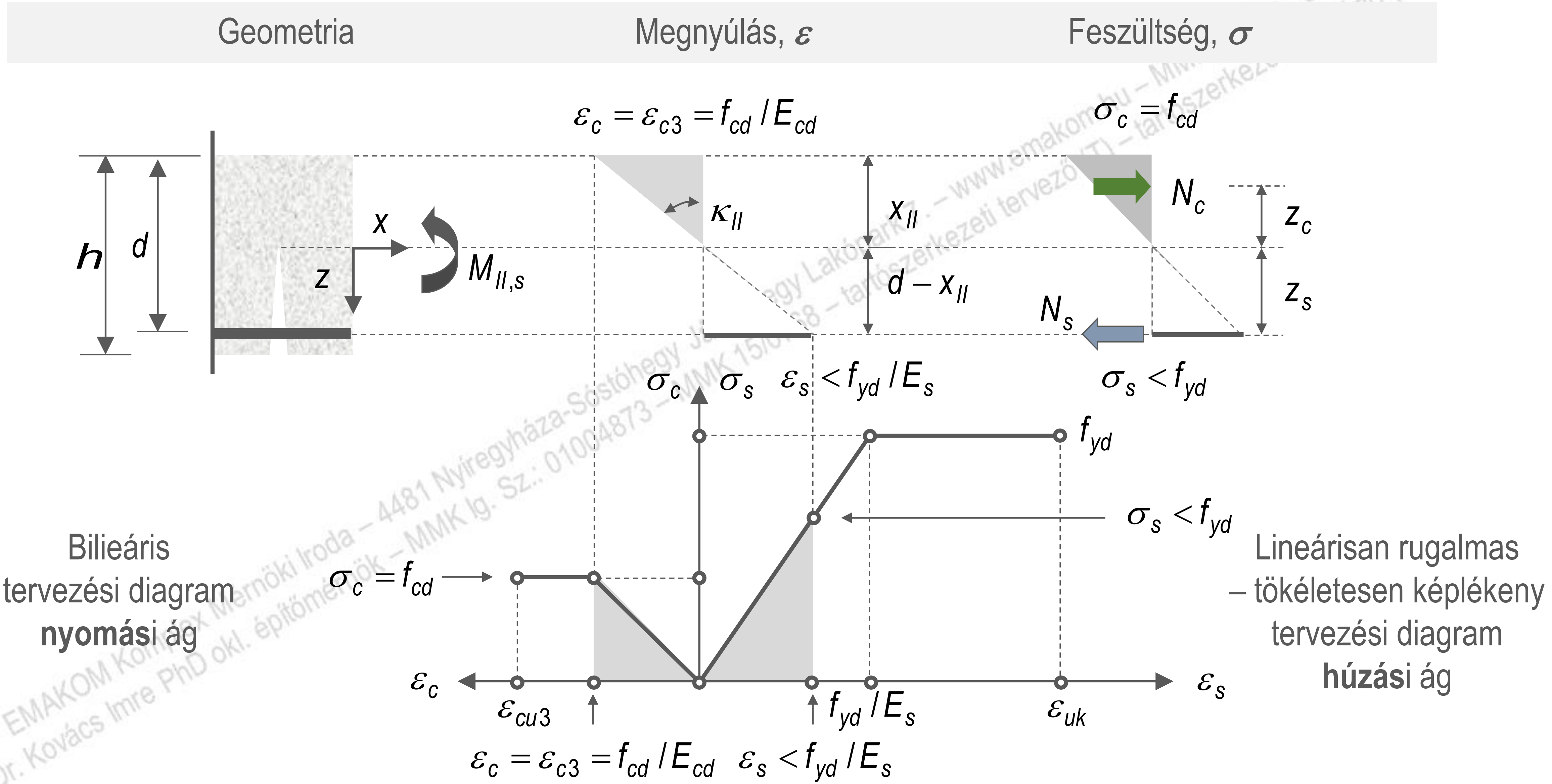


A húzott acélbetétek megfolyásához tartozó görbület: $$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}}$$

A húzott acélbetétek megfolyásához tartozó hajlítónyomaték: $$M_{II} = \frac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \frac{I_{II}}{d - x_{II}}$$ vagy $$M_{II} = \frac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^s$$

A beton nyomott szélső szálában ébredő normálfeszültség és fajlagos alakváltozás a húzott acélbetétek megfolyásakor: $$\sigma_{c,II} = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot x_{II} \qquad \varepsilon_{c,II} = \frac{\sigma_{c,II}}{E_{cd}}$$

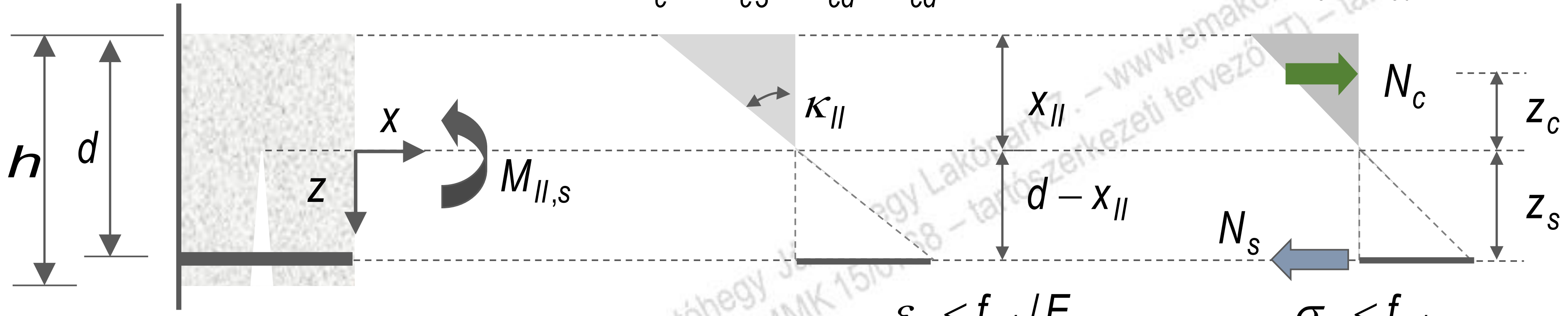
Az első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódása – $\sigma_c = f_{cd}$



Az első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódása – $\sigma_c = f_{cd}$

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c3} = f_{cd} / E_{cd} \qquad \sigma_c = f_{cd}$$



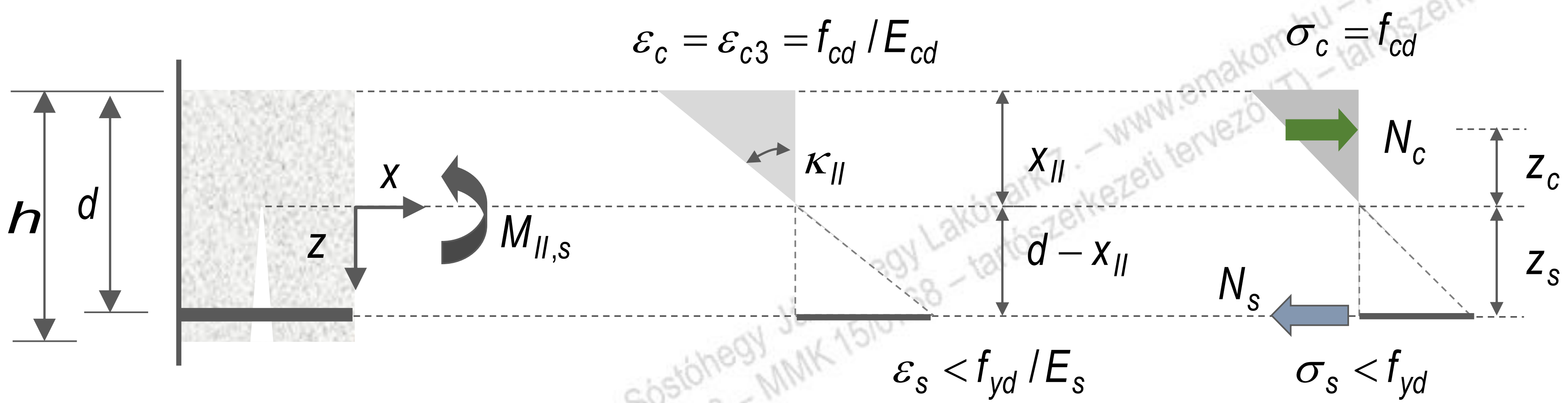
$$\varepsilon_s < f_{yd} / E_s \qquad \sigma_s < f_{yd}$$

A nyomott beton öv szélső szálának morzsolódását okozó hajlítónyomaték értéke a rugalmas/berepedt vagy más néven II. feszültségi állapot végén

$$\kappa_{II} = \frac{\varepsilon_c}{x_{II}} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{x_{II}} \Rightarrow \boxed{M_{II,c}} = \kappa_{II} \cdot E_{cd} \cdot I_{II} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}} \cdot E_{cd} \cdot \frac{\left\{ \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \right\}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot \frac{I_{II}}{x_{II}} = \boxed{f_{cd} \cdot W_{II}^c}$$

Az első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódása – $\sigma_c = f_{cd}$

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ



A nyomott beton öv morzsolódásához tartozó görbület:

$$\kappa_{II} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{x_{II}}$$

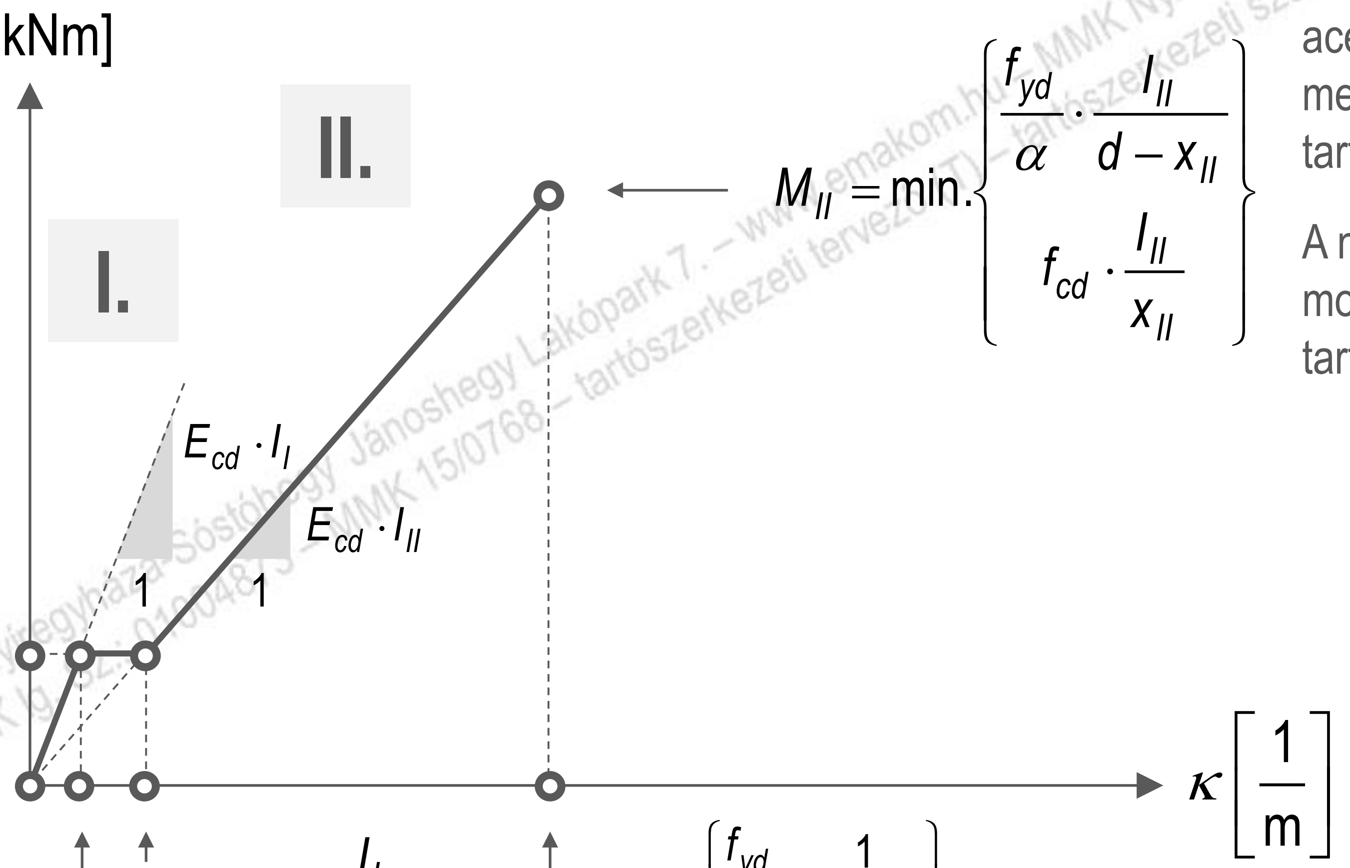
A nyomott beton öv morzsolódásához tartozó hajlítónyomaték:

$$M_{II} = f_{cd} \cdot \frac{I_{II}}{x_{II}} \quad \text{vagy} \quad M_{II} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c}$$

A húzott acélbetétekben ébredő normálfeszültség és fajlagos alakváltozás a nyomott beton öv szélső szálának morzsolódásakor:

$$\sigma_{s,II} = \alpha \cdot \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot (d - x_{II}) \qquad \varepsilon_{s,II} = \frac{\sigma_{s,II}}{E_s}$$

Vasbeton keresztmetszet a repedésmentes és a berepedt/rugalmas állapotban



$$M_{II} = \min.\begin{cases} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d - x_{II}} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} \end{cases}$$

A húzott acélbetétek megfolyásához tartozó nyomaték

A nyomott beton öv morzsolódásához tartozó nyomaték

$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I}$$

$$M_I = M_{I-II} \rightarrow \kappa_I \cdot E_{cd} \cdot I_I = \kappa_{I-II} \cdot E_{cd} \cdot I_{II} \rightarrow \kappa_{I-II} = \kappa_I \cdot \frac{I_I}{I_{II}}$$

$$\kappa_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I}$$

$$\kappa_{II} = \min.\begin{cases} \dfrac{f_{yd}}{E_s} \cdot \dfrac{1}{d - x_{II}} \\ \dfrac{f_{cd}}{E_{cd}} \cdot \dfrac{1}{x_{II}} \end{cases}$$

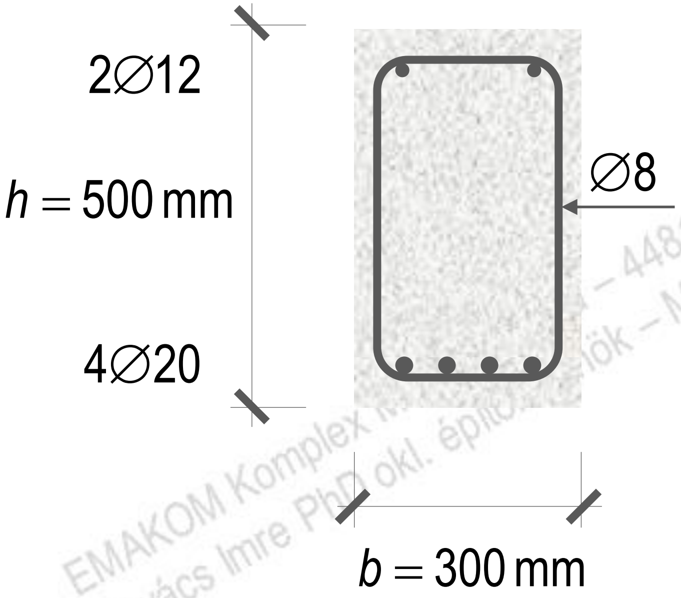
A húzott acélbetétek megfolyásához tartozó görbület

A nyomott beton öv morzsolódásához tartozó görbület

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (1)

Határozzuk meg a vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C30/37**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke C_{nom} **= 30 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_g **= 16 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője $Ø_s$ **= 8 mm**, a húzott fővasalást **4Ø20,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasalást pedig **2Ø12, B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (1) példa!)



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: d_g **= 16 mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: ***b* = 300 mm**
- Magasság: ***h* = 500 mm**
- Betonfedés: C_{nom} **= 30 mm**
- Húzott fővasalás: $A_{s,prov}$ **= 4Ø20 (1256 mm²)**
- Nyomott oldali szerelő: $A_{s}'_{,prov}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (1)

- $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{30}{1{,}50} = 20\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \frac{20}{1{,}75} \approx 11400\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/11400 \approx 17{,}5$ ☑
  - $\Delta\varnothing_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 20 = 20\,\text{mm} \\ d_g + k_2 = 16 + 5 = 21\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 21\,\text{mm}$ ☑
  - $\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n-1} = \frac{300 - (2 \cdot 30 + 2 \cdot 8 + 4 \cdot 20)}{4-1} = 48\,\text{mm} > \Delta\varnothing_{\min} = 21\,\text{mm}$ ☑
  - $d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2}\right) = 500 - \left(30 + 8 + \frac{20}{2}\right) = 442\,\text{mm}$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (1)

- $$0 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s$$ ☑

- $$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$
  $$b \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot A_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = 0$$ ☑

➡ $$x = x_{II} = -\frac{\alpha \cdot A_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{\alpha \cdot A_s}{b}\right)^2 + \frac{\alpha \cdot A_s}{b} \cdot 2 \cdot d} = -\frac{17{,}5 \cdot 1256}{300} + \sqrt{\left(\frac{17{,}5 \cdot 1256}{300}\right)^2 + \frac{17{,}5 \cdot 1256}{300} \cdot 2 \cdot 442} = 192\,\mathrm{mm}$$ ☑

➡ $$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{300 \cdot 192^3}{3} + 17{,}5 \cdot 1256 \cdot (442 - 192)^2 = 2{,}08 \cdot 10^9\ \mathrm{mm}^4$$ ☑

➡ $$W_{II}^s = \frac{I_{II}}{d - x_{II}} = \frac{2{,}08 \cdot 10^9}{442 - 192} = 8{,}32 \cdot 10^6\ \mathrm{mm}^3$$ ☑

➡ $$W_{II}^c = \frac{I_{II}}{x_{II}} = \frac{2{,}08 \cdot 10^9}{192} = 10{,}8 \cdot 10^6\ \mathrm{mm}^3$$ ☑

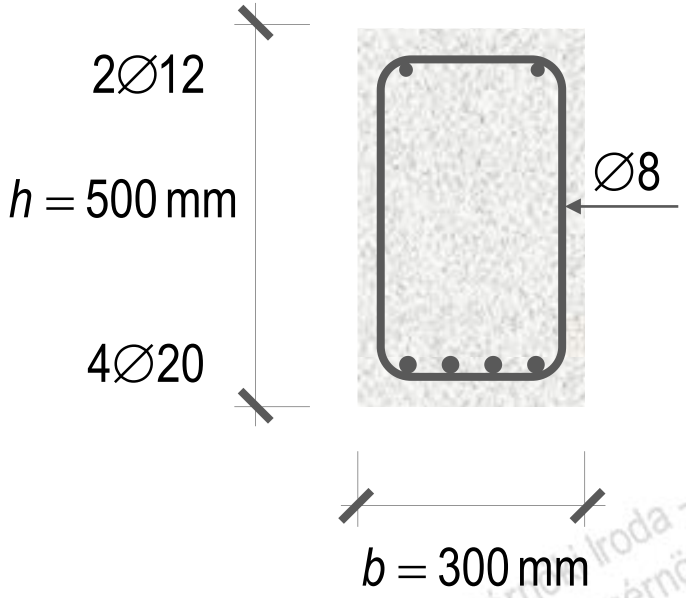
Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (1)

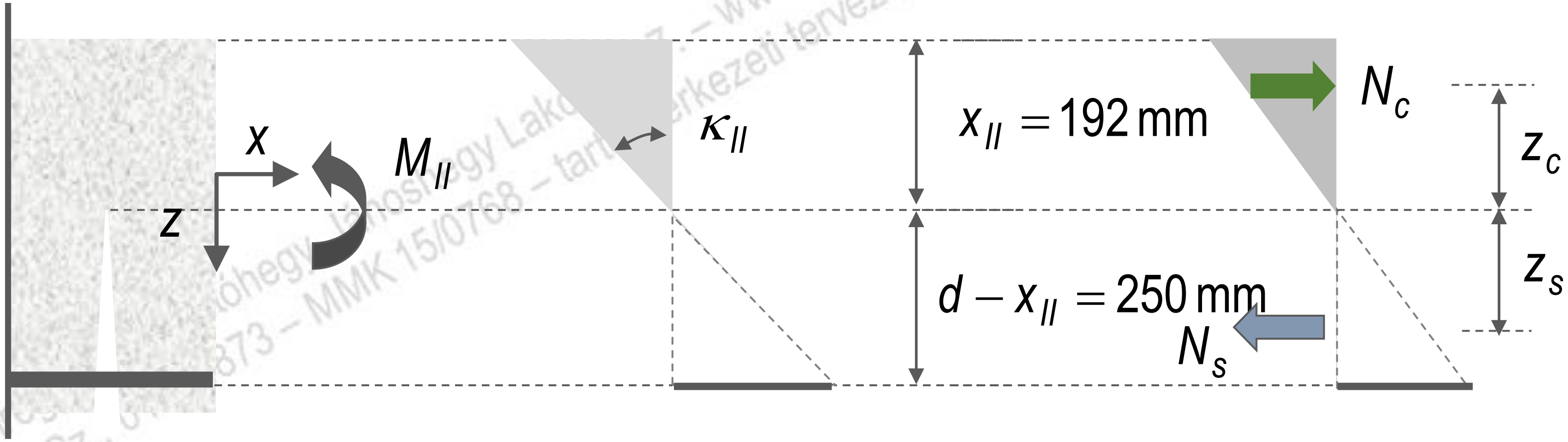
- $$M_{II} = \min \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^{s} = \dfrac{435}{17{,}5} \cdot 8{,}32 = 207\,\text{kNm} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c} = 20 \cdot 10{,}8 \cdot 10^{6} = 216\,\text{kNm} \end{array} \right\} = 207\,\text{kNm}$$ ☑
- A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyásával alakul ki! ☑
- $$\sigma_{c,II} = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot x_{II} = \frac{M_{II}}{W_{II}^{c}} = \frac{207 \cdot 10^{6}}{10{,}8 \cdot 10^{6}} = 19{,}2\,\text{N/mm}^2 < f_{cd} = 20\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\varepsilon_{c,II} = \frac{\sigma_{c,II}}{E_{cd}} = \frac{19{,}2}{11400} = 1{,}68\,‰ < \varepsilon_{c3} = 1{,}75\,‰$$ ☑
- $$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} = \frac{435}{200000} \cdot \frac{1}{422 - 192} = 9{,}46 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (1)

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

$\varepsilon_{c,II} = 1{,}68\,‰$ $\qquad$ $\sigma_{c,II} = 19{,}2\ \mathrm{N/mm^2}$





$\varepsilon_s = f_{yd} / E_s = 2{,}175\,‰$ $\qquad$ $\sigma_s = f_{yd} = 435\ \mathrm{N/mm^2}$

$$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} = \frac{435}{200000} \cdot \frac{1}{422 - 192} = 9{,}46 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{mm}}$$

$$M_{II} = 207\ \mathrm{kNm}$$

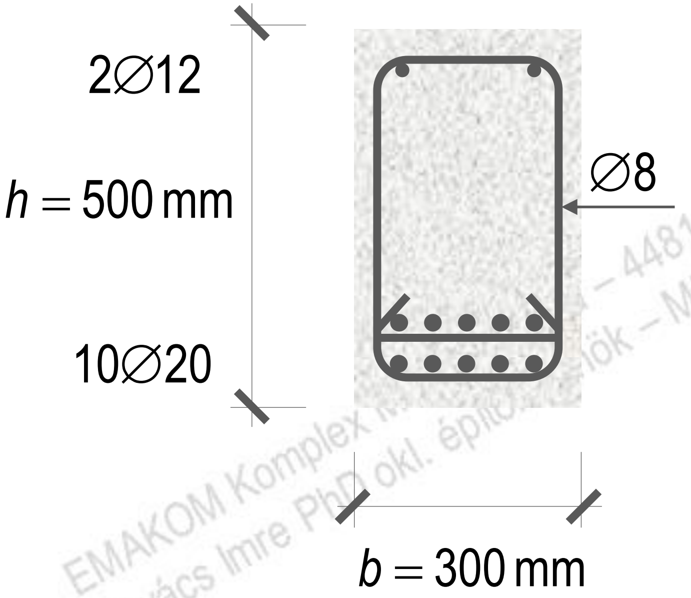
$$N_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_{II} \cdot \sigma_{c,II} = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 192 \cdot 19{,}2 \approx 553\ \mathrm{kN}$$

$$N_s = A_{s,prov} \cdot f_{yd} = 1256 \cdot 435 \approx 546\ \mathrm{kN}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (2)

Határozzuk meg az előző feladatban (1) vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a húzott fővasalást most két sorban elhelyezett **10Ø20** acélbetéttel alakítjuk ki! Minden további geometriai és anyagjellemző változatlan. A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (2) példa!)



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: $\boldsymbol{d_g}$ **= 16 mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: ***b* = 300 mm**
- Magasság: ***h* = 500 mm**
- Betonfedés: $\boldsymbol{C_{nom}}$ **= 30 mm**
- Húzott fővasalás: $\boldsymbol{A_{s,prov}}$ **= 10Ø20 (3140 mm^2)**
- Nyomott oldali szerelő: $\boldsymbol{A_s{}'_{,prov}}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (2)

- $$\Delta\varnothing = \frac{b-\left(2\cdot C_{nom}+2\cdot\varnothing_s+n\cdot\varnothing\right)}{n-1} = \frac{300-\left(2\cdot 30+2\cdot 8+5\cdot 20\right)}{5-1} = 31\,\text{mm} > \Delta\varnothing_{\text{min}} = 21\,\text{mm}$$ ☑
- $$d = h-\left(C_{nom}+\varnothing_s+\varnothing+\frac{\varnothing}{2}\right) = 500-\left(30+8+20+\frac{20}{2}\right) = 432\,\text{mm}$$ ☑
- $$0 = \frac{1}{2}\cdot b\cdot x^2-(d-x)\cdot\alpha\cdot A_s$$ ☑
- $$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$ $$b\cdot x^2+\left(2\cdot\alpha\cdot A_s\right)\cdot x-2\cdot\alpha\cdot A_s\cdot d=0$$ ☑

➡ $$x = x_{II} = -\frac{\alpha\cdot A_s}{b}+\sqrt{\left(\frac{\alpha\cdot A_s}{b}\right)^2+\frac{\alpha\cdot A_s}{b}\cdot 2\cdot d} = -\frac{17{,}5\cdot 3140}{300}+\sqrt{\left(\frac{17{,}5\cdot 3140}{300}\right)^2+\frac{17{,}5\cdot 3140}{300}\cdot 2\cdot 432} = 255\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$I_{II} = \frac{b\cdot x_{II}^3}{3}+\alpha\cdot A_{s,prov}\cdot\left(d-x_{II}\right)^2 = \frac{300\cdot 255^3}{3}+17{,}5\cdot 3140\cdot\left(432-255\right)^2 = 3{,}38\cdot 10^9\ \text{mm}^4$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (2)

- $$W_{II}^{s,1sor} = \frac{I_{II}}{d_{1sor} - x_{II}} = \frac{3{,}38 \cdot 10^9}{452 - 255} = 17{,}20 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$ ☑

- $$W_{II}^{s,2sor} = \frac{I_{II}}{d_{2sor} - x_{II}} = \frac{3{,}38 \cdot 10^9}{412 - 255} = 21{,}50 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$ ☑

- $$W_{II}^{c} = \frac{I_{II}}{x_{II}} = \frac{3{,}38 \cdot 10^9}{255} = 13{,}30 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$ ☑

- $$M_{II} = \min \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d_{1sor} - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^{s,1sor} = \dfrac{435}{17{,}50} \cdot 17{,}20 \cdot 10^6 = 428 \text{ kNm} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c} = 20 \cdot 13{,}30 \cdot 10^6 = 266 \text{ kNm} \end{array} \right\} = 266 \text{ kNm}$$ ☑

- A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódásával alakul ki! ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (2)

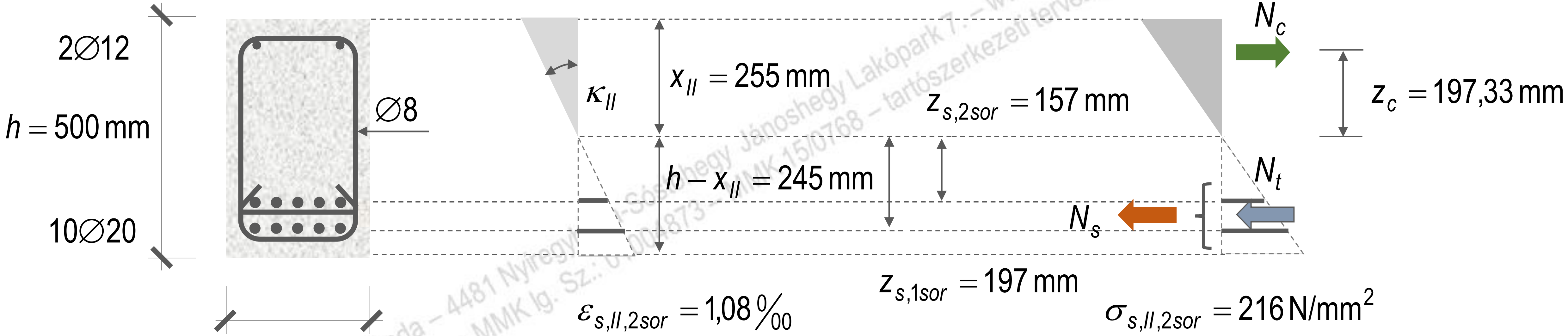
- $$\frac{\varepsilon_{s,II,1sor}}{d_{1sor}-x_{II}}=\frac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}}\rightarrow\varepsilon_{s,II,1sor}=\varepsilon_{c3}\cdot\frac{d_{1sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\frac{452-255}{255}=1{,}35\,‰<f_{yd}/E_s=2{,}175\,‰$$ ☑
- $$\frac{\varepsilon_{s,II,2sor}}{d_{2sor}-x_{II}}=\frac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}}\rightarrow\varepsilon_{s,II,2sor}=\varepsilon_{c3}\cdot\frac{d_{2sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\frac{412-255}{255}=1{,}08\,‰<f_{yd}/E_s=2{,}175\,‰$$ ☑
- $$\sigma_{s,II,1sor}=\varepsilon_{s,II,1sor}\cdot E_s=1{,}35\,‰\cdot 200000=270\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\sigma_{s,II,2sor}=\varepsilon_{s,II,2sor}\cdot E_s=1{,}08\,‰\cdot 200000=216\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\kappa_{II}=\frac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}}=\frac{0{,}00175}{255}=6{,}86\cdot 10^{-6}\ \mathrm{1/mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (2)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$\varepsilon_c = \varepsilon_{c3} = 1{,}75\,‰$

$\sigma_c = f_{cd} = 20\ \text{N/mm}^2$



$z_{s,1sor} = 197\ \text{mm}$

$b = 300\ \text{mm}$

$\varepsilon_{s,II,2sor} = 1{,}08\,‰$

$\varepsilon_{s,II,1sor} = 1{,}35\,‰$

$\sigma_{s,II,2sor} = 216\ \text{N/mm}^2$

$\sigma_{s,II,1sor} = 270\ \text{N/mm}^2$

$\kappa_{II} = 6{,}86 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\text{mm}}$

$M_{II} = 266\ \text{kNm}$

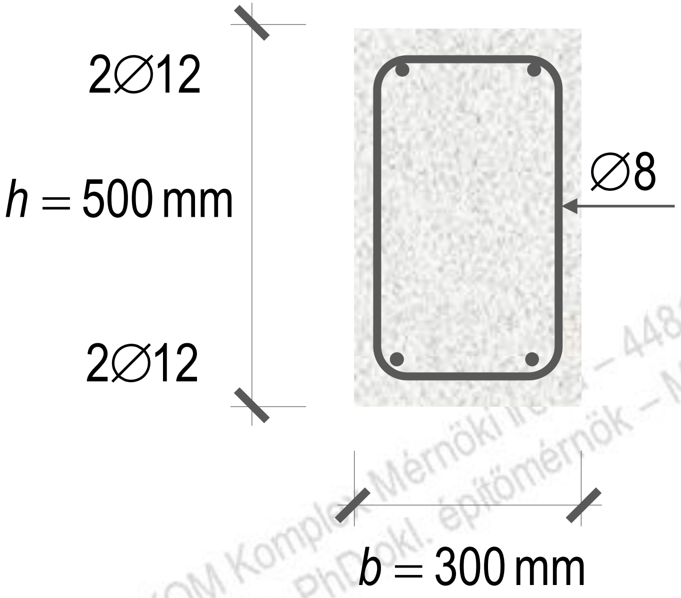
$$N_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_{II} \cdot f_{dc} = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 255 \cdot 20 \approx 765\ \text{kN}$$

$$N_s = \sum A_{s,prov} \cdot f_{yd} = 1570 \cdot (270 + 216) \approx 763\ \text{kN}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (3)

Határozzuk meg az előző feladatokban (1) (2) vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a húzott fővasalást **2Ø12** acélbetéttel alakítjuk ki! Minden további geometriai és anyagjellemző változatlan! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (3) példa!)



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: $\boldsymbol{d_g}$ **= 16 mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: ***b* = 300 mm**
- Magasság: ***h* = 500 mm**
- Betonfedés: $\boldsymbol{C_{nom}}$ **= 30 mm**
- Húzott fővasalás: $\boldsymbol{A_{s,prov}}$ **= 2Ø12 (226 mm²)**
- Nyomott oldali szerelő: $\boldsymbol{A_{s',prov}}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (3)

- $d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right) = 500 - \left(30 + 8 + \frac{12}{2} \right) = 456\,\text{mm}$ ☑
- $0 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s$ ☑
- $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
  $b \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot A_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = 0$ ☑

➡ $x = x_{II} = -\frac{\alpha \cdot A_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{\alpha \cdot A_s}{b} \right)^2 + \frac{\alpha \cdot A_s}{b} \cdot 2 \cdot d} = -\frac{17{,}5 \cdot 226}{300} + \sqrt{\left(\frac{17{,}5 \cdot 226}{300} \right)^2 + \frac{17{,}5 \cdot 226}{300} \cdot 2 \cdot 456} = 97\,\text{mm}$ ☑

➡ $I_{II} = \frac{b \cdot {x_{II}}^3}{3} + \alpha \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{300 \cdot 97^3}{3} + 17{,}5 \cdot 226 \cdot (456 - 97)^2 = 0{,}60 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$ ☑

➡ $W_{II}^s = \frac{I_{II}}{d - x_{II}} = \frac{0{,}60 \cdot 10^9}{456 - 97} = 1{,}67 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$ ☑

➡ $W_{II}^c = \frac{I_{II}}{x_{II}} = \frac{0{,}60 \cdot 10^9}{97} = 6{,}19 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (3)

$$M_{II} = \min \begin{Bmatrix} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^{s} = \dfrac{435}{17{,}5} \cdot 1{,}67 = 41{,}50\,\text{kNm} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c} = 20 \cdot 6{,}19 = 124\,\text{kNm} \end{Bmatrix} = 41{,}50\,\text{kNm}$$

A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyásával alakul ki!

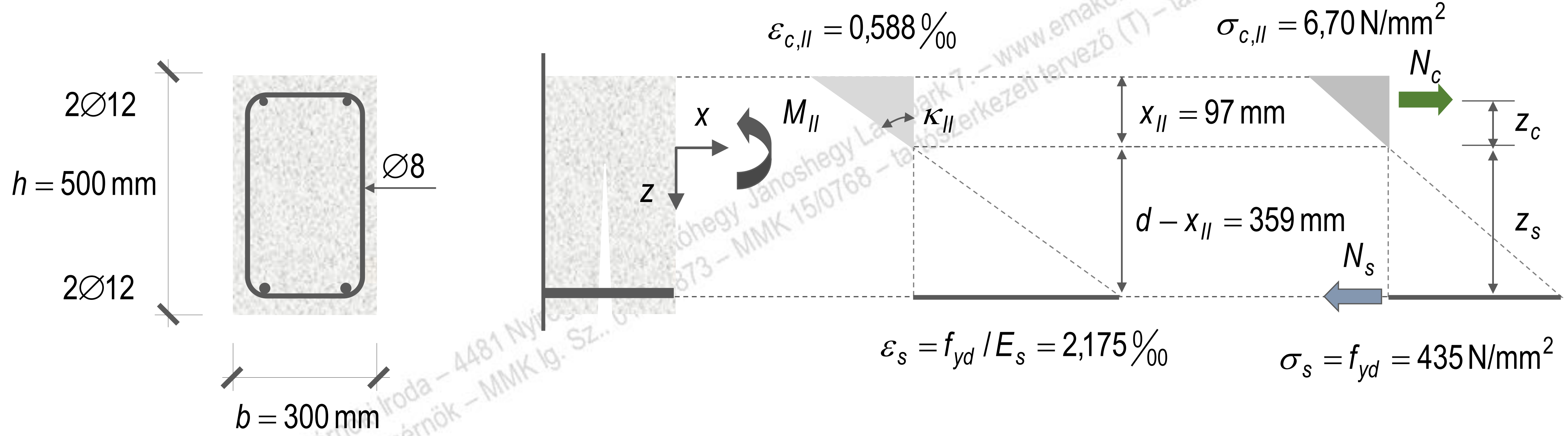
$$\sigma_{c,II} = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot x_{II} = \frac{M_{II}}{W_{II}^{c}} = \frac{41{,}50 \cdot 10^{6}}{6{,}19 \cdot 10^{6}} = 6{,}70\,\text{N/mm}^2 < f_{cd} = 20\,\text{N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{c,II} = \frac{\sigma_{c,II}}{E_{cd}} = \frac{6{,}70}{11400} = 0{,}588\,\text{‰} < \varepsilon_{c3} = 1{,}75\,\text{‰}$$

$$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} = \frac{435}{200000} \cdot \frac{1}{456 - 97} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\text{mm}}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (3)

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ



$$\kappa_{II} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{mm}}$$

$$M_{II} = 41{,}50\,\mathrm{kNm}$$

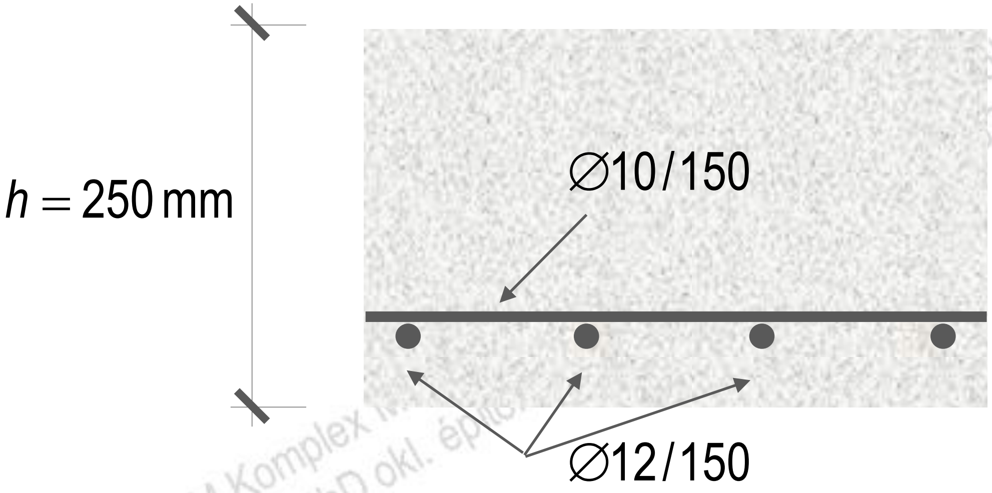
$$N_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_{II} \cdot \sigma_{c,II} = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 97 \cdot 6{,}70 \approx 97{,}5\,\mathrm{kN}$$

$$N_s = A_{s,prov} \cdot f_{yd} = 226 \cdot 435 \approx 98{,}3\,\mathrm{kN}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (4)

Határozzuk meg a vázolt vasbeton lemez (***v* = 250 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C25/30**, a betonfedés névleges értéke **C_{nom} = 25 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága **d_g = 24 mm**, a főirányú húzott fővasalást **Ø12/150,** az elosztó irányú vasalást pedig **Ø10/150, B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (2) példa!)



- Beton: **C25/30**
- Adalékanyag: **d_g = 24 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Lemezvastagság: **h = 250 mm**
- Betonfedés: **C_{nom} = 25 mm**
- Húzott fővasalás: **$a_{s,prov}$ = Ø12/150 (754 mm^2)**
- Elosztó vasalás: **$a_{s,prov,trans}$ = Ø10/150**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (4)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{25}{1{,}50} = 16{,}66\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \frac{16{,}66}{1{,}75} \approx 9500\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/9500 \approx 21$$ ☑
  - $$d = h - \left(C_{nom} + \frac{\varnothing}{2}\right) = 250 - \left(25 + \frac{12}{2}\right) = 219\,\text{mm}$$ ☑
  - $$0 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot a_s$$ ☑
  - $$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \rightarrow b \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot a_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot a_s \cdot d = 0$$ ☑
- $$x = x_{II} = -\frac{\alpha \cdot a_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{\alpha \cdot a_s}{b}\right)^2 + \frac{\alpha \cdot a_s}{b} \cdot 2 \cdot d} = -\frac{21 \cdot 754}{1000} + \sqrt{\left(\frac{21 \cdot 754}{1000}\right)^2 + \frac{21 \cdot 754}{1000} \cdot 2 \cdot 219} = 69\,\text{mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (4)

$$i_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^{\ 3}}{3} + \alpha \cdot a_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{1000 \cdot 69^3}{3} + 21 \cdot 754 \cdot (219 - 69)^2 = 0{,}466 \cdot 10^9 \text{ mm}^4/\text{m}$$ ☑

$$w_{II}^s = \frac{i_{II}}{d - x_{II}} = \frac{0{,}466 \cdot 10^9}{219 - 69} = 3{,}11 \cdot 10^6 \text{ mm}^3/\text{m}$$ ☑

$$w_{II}^c = \frac{i_{II}}{x_{II}} = \frac{0{,}466 \cdot 10^9}{69} = 6{,}75 \cdot 10^6 \text{ mm}^3/\text{m}$$ ☑

$$m_{II} = \min \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{i_{II}}{d - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot w_{II}^s = \dfrac{435}{21} \cdot 3{,}11 \cdot 10^6 = 64{,}40 \text{ kNm/m} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{i_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot w_{II}^c = 16{,}66 \cdot 6{,}75 \cdot 10^6 = 112{,}50 \text{ kNm/m} \end{array} \right\} = 64{,}40 \text{ kNm/m}$$ ☑

A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyásával alakul ki! ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (4)

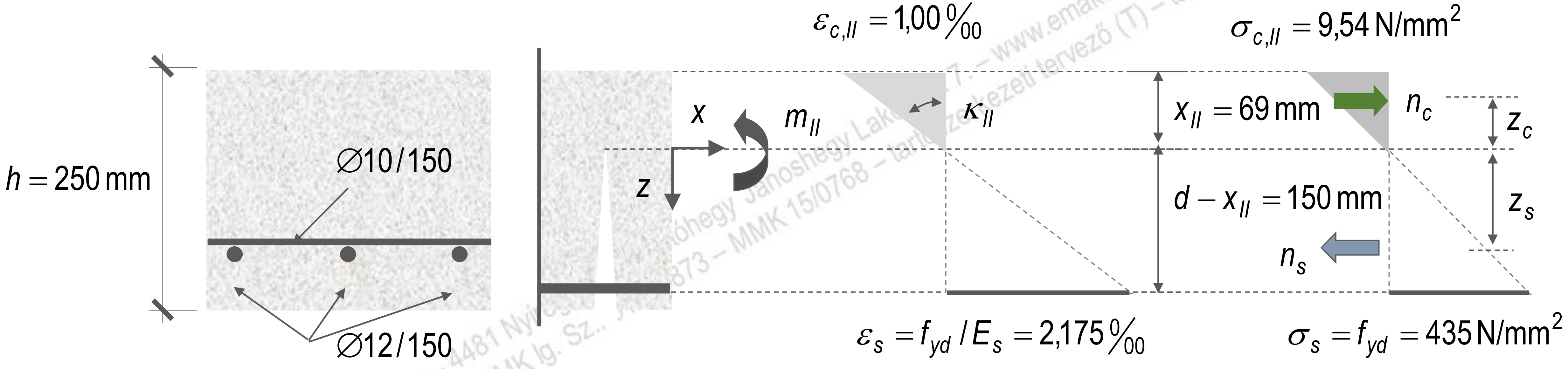
$$\sigma_{c,II} = \frac{m_{II}}{i_{II}} \cdot x_{II} = \frac{m_{II}}{w_{II}^{c}} = \frac{64{,}40 \cdot 10^{6}}{6{,}75 \cdot 10^{6}} = 9{,}54\ \mathrm{N/mm^2} < f_{cd} = 16{,}66\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑

$$\varepsilon_{c,II} = \frac{\sigma_{c,II}}{E_{cd}} = \frac{9{,}54}{9500} = 1{,}00\ ‰ < \varepsilon_{c3} = 1{,}75\ ‰$$ ☑

$$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} = \frac{435}{200000} \cdot \frac{1}{219-69} = 14{,}50 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{mm}}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (4)

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ



$$\kappa_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{II}} = \frac{435}{200000} \cdot \frac{1}{219 - 69} = 14{,}50 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\text{mm}}$$

$$m_{II} = 64{,}40\ \text{kNm/m}$$

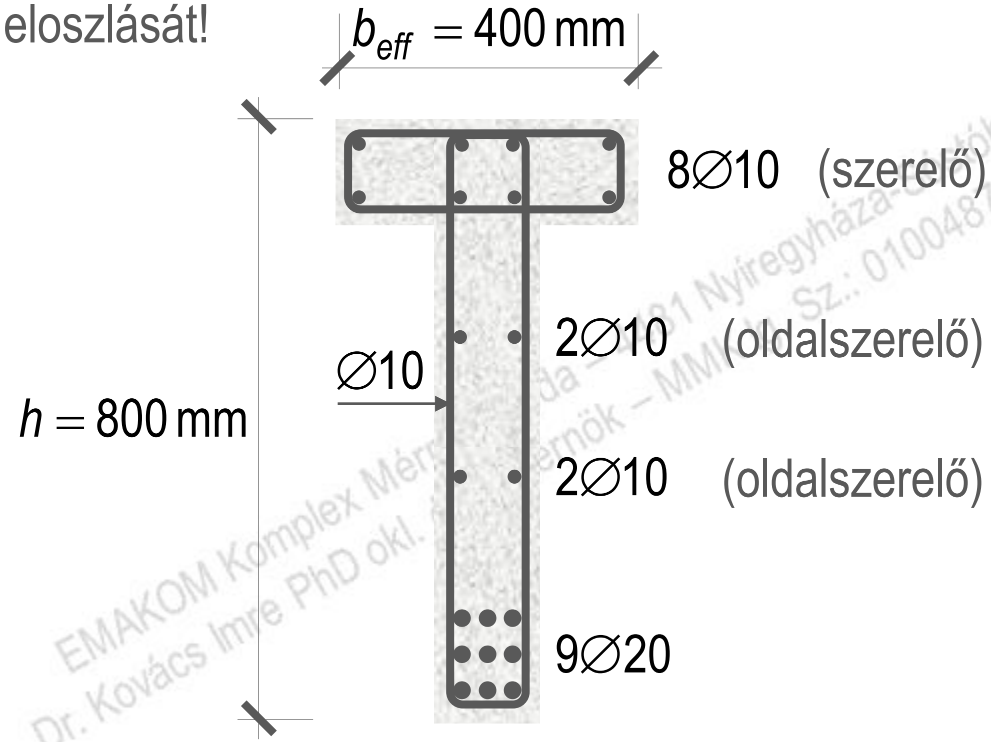
$$n_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x_{II} \cdot \sigma_{c,II} = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 69 \cdot 9{,}54 \approx 329\ \text{kN/m}$$

$$n_s = a_{s,prov} \cdot f_{yd} = 754 \cdot 435 \approx 328\ \text{kN/m}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

Határozzuk meg a vázolt előre gyártott vasbeton ”T” keresztmetszet (***h* = 800 mm, *b*$_{eff}$ = 400 mm, *b*$_w$ = 160 mm, *v* = 160 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét rendkívüli tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C50/60**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke ***C*$_{nom}$ = 20 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága ***d*$_g$ = 8 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője **Ø$_s$ = 10 mm**, a húzott fővasalást **9Ø20,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasalást pedig **8Ø10, B500B** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (3) példa!)



- Beton: **C50/60**
- Adalékanyag: ***d*$_g$ = 8 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Tartómagasság: ***h* = 800 mm**
- Fejlemez szélesség: ***b*$_{eff}$ = 400 mm**
- Bordaszélesség: ***b*$_w$ = 160 mm**
- Fejlemez vastagság: **v = 160 mm**
- Húzott fővasalás: **A$_{s,prov}$ = 9Ø20 (2826 mm^2)**
- Nyomott oldali szerelő: **A$_s$'$_{,prov}$ = 8Ø10 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø10**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

- $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \dfrac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \dfrac{50}{1{,}20} = 41{,}66\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $E_{cd} = \dfrac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \dfrac{41{,}66}{1{,}75} \approx 23800\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $f_{yd} = \dfrac{f_{yk}}{\gamma_S} = \dfrac{500}{1{,}00} = 500\,\text{N/mm}^2$ ☑
- $\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/23800 \approx 8{,}40$ ☑
  - $\Delta\varnothing_{\min} = \max\left\{ \begin{array}{c} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 20 = 20\,\text{mm} \\ d_g + k_2 = 8 + 5 = 13\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{array} \right\} = 20\,\text{mm}$ ☑
  - $\Delta\varnothing = \dfrac{b_w - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n-1} = \dfrac{160 - (2 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 20)}{3-1} = 20\,\text{mm} = \Delta\varnothing_{\min} = 20\,\text{mm}$ ☑
  - $d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing + \Delta_{sor} + \dfrac{\varnothing}{2} \right) = 800 - \left(20 + 10 + 20 + 20 + \dfrac{20}{2} \right) = 720\,\text{mm}$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

- $0 = \frac{1}{2} \cdot b_{eff} \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s$ Feltételezve, hogy a súlyponti tengely a fejlemezbe esik!!!
- $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \rightarrow b_{eff} \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot A_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = 0$

$$a = b_{eff} = 400\,\text{mm}$$

$$b = 2 \cdot \alpha \cdot A_s = 2 \cdot 8{,}40 \cdot 2826 = 47467$$

$$c = -2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = -2 \cdot 8{,}40 \cdot 2826 \cdot 720 = -34183296$$

➡ $$x = x_{II} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-47467 + \sqrt{47467^2 + 4 \cdot 400 \cdot 34183296}}{2 \cdot 400} = 239\,\text{mm} > v = 160\,\text{mm}$$

➡ A súlyponti tengely nem esik a fejlemezbe!!! Új vetületi egyenlet felírása és megoldása szükséges!

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

- $$0 = b_{eff} \cdot v \cdot \left(x - \frac{v}{2} \right) + b_w \cdot \frac{(x-v)^2}{2} - (d-x) \cdot \alpha \cdot A_s$$ Feltételezve, hogy a súlyponti tengely a bordába esik!!! ☑
- $$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \rightarrow 0 = b_w \cdot x^2 + 2 \cdot (b_{eff} \cdot v - b_w \cdot v + \alpha \cdot A_s) \cdot x + b_w \cdot v^2 - b_{eff} \cdot v^2 - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d$$ ☑

$$a = b_w = 160\,\text{mm}$$

$$b = 2 \cdot (b_{eff} \cdot v - b_w \cdot v + \alpha \cdot A_s) = 2 \cdot (400 \cdot 160 - 160 \cdot 160 + 8{,}40 \cdot 2826) = 124277$$

$$c = b_w \cdot v^2 - b_{eff} \cdot v^2 - 2 \cdot d \cdot \alpha \cdot A_s = 160 \cdot 160^2 - 400 \cdot 160^2 - 2 \cdot 720 \cdot 8{,}40 \cdot 2826 = -40327296$$

➡ $$x = x_{II} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-124277 + \sqrt{124277^2 + 4 \cdot 160 \cdot 40327296}}{2 \cdot 160} = 246\,\text{mm} > \text{v} = 160\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$I_{II} = \frac{b_{eff} \cdot v^3}{12} + (b_{eff} \cdot v) \cdot \left(x_{II} - \frac{v}{2} \right)^2 + \frac{b_w \cdot (x_{II} - v)^3}{3} + \alpha \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2 =$$ ☑

$$= \frac{400 \cdot 160^3}{12} + (400 \cdot 160) \cdot \left(246 - \frac{160}{2} \right)^2 + \frac{160 \cdot (246 - 160)^3}{3} + 8{,}40 \cdot 2826 \cdot (720 - 246)^2 = 7{,}27 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

$$W_{II}^{s} = W_{II}^{s,2\,sor} = \frac{I_{II}}{d_{2sor} - x_{II}} = \frac{7{,}27 \cdot 10^{9}}{720 - 246} = 15{,}30 \cdot 10^{6}\ \text{mm}^{3}$$ ☑

$$W_{II}^{c} = \frac{I_{II}}{x_{II}} = \frac{7{,}27 \cdot 10^{9}}{246} = 29{,}60 \cdot 10^{6}\ \text{mm}^{3}$$ ☑

$$M_{II} = \min \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^{s} = \dfrac{500}{8{,}40} \cdot 15{,}30 \cdot 10^{6} = 911\,\text{kNm} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c} = 41{,}66 \cdot 29{,}60 \cdot 10^{6} = 1233\,\text{kNm} \end{array} \right\} = 911\,\text{kNm}$$ ☑

A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a húzott acélbetétek megfolyásával alakul ki! ☑

$$\sigma_{c,II} = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot x_{II} = \frac{911 \cdot 10^{6}}{7{,}27 \cdot 10^{9}} \cdot 246 = 30{,}80\,\text{N/mm}^{2} < f_{cd} = 41{,}66\,\text{N/mm}^{2}$$ ☑

$$\varepsilon_{c,II} = \frac{\sigma_{c}}{E_{cd}} = \frac{30{,}80}{23800} = 1{,}29\,‰ < \varepsilon_{c3} = 1{,}75\,‰$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

- $$\sigma_c = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot (x_{II} - v) = \frac{911 \cdot 10^6}{7{,}27 \cdot 10^9} \cdot (246 - 160) = 10{,}80\ \mathrm{N/mm^2}$$ A fejlemez alsó síkján ébredő nyomófeszültség ☑

- $$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{10{,}80}{23800} = 0{,}454\ ‰$$ A fejlemez alsó síkján kialakuló fajlagos összenyomódás ☑

- $$\frac{\varepsilon_{s,II,1sor}}{d_{1sor} - x_{II}} = \frac{\varepsilon_{c,II}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,1sor} = \varepsilon_{c,II} \cdot \frac{d_{1sor} - x_{II}}{x_{II}} = 1{,}29 \cdot \frac{760 - 246}{246} = 2{,}70\ ‰ > f_{yd} / E_s = 2{,}50\ ‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$ ☑

- $$\frac{\varepsilon_{s,II,2sor}}{d_{2sor} - x_{II}} = \frac{\varepsilon_{c,II}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,2sor} = \varepsilon_{c,II} \cdot \frac{d_{2sor} - x_{II}}{x_{II}} = 1{,}29 \cdot \frac{720 - 246}{246} = 2{,}50\ ‰ = f_{yd} / E_s = 2{,}50\ ‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$ ☑

- $$\frac{\varepsilon_{s,II,3sor}}{d_{3sor} - x_{II}} = \frac{\varepsilon_{c,II}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,3sor} = \varepsilon_{c,II} \cdot \frac{d_{3sor} - x_{II}}{x_{II}} = 1{,}29 \cdot \frac{680 - 246}{246} = 2{,}28\ ‰ < f_{yd} / E_s = 2{,}50\ ‰ \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$ ☑

- $$\sigma_{s,II,3sor} = \varepsilon_{s,II,3sor} \cdot E_s = 2{,}28\ ‰ \cdot 200000 = 456\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑

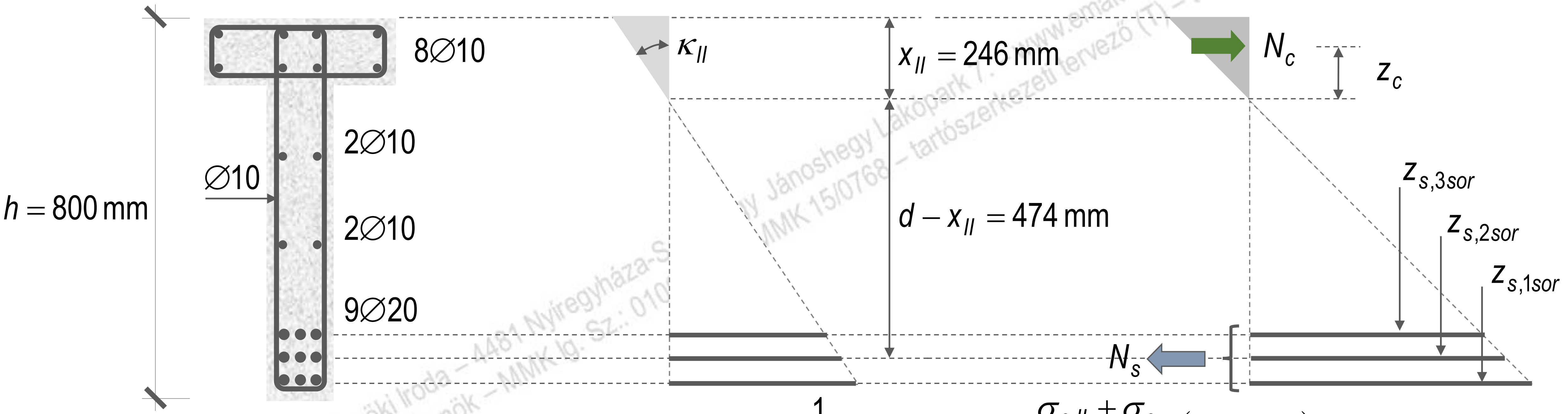
Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (5)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$b_{eff} = 400\,\text{mm}$

$\varepsilon_{c,II} = 1{,}29\,‰ < \varepsilon_{c3} = 1{,}75\,‰$

$\sigma_{c,II} = 30{,}80\,\text{N/mm}^2 < f_{cd} = 41{,}66\,\text{N/mm}^2$



$$\kappa_{II} = \frac{\varepsilon_{c,II}}{x_{II}} = \frac{1{,}29}{246} = 5{,}24 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\text{mm}}$$

$$M_{II} = 911\,\text{kNm}$$

$$N_c \approx \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot x_{II} \cdot \sigma_{c,II} + \frac{\sigma_{c,II} + \sigma_c}{2} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot v$$

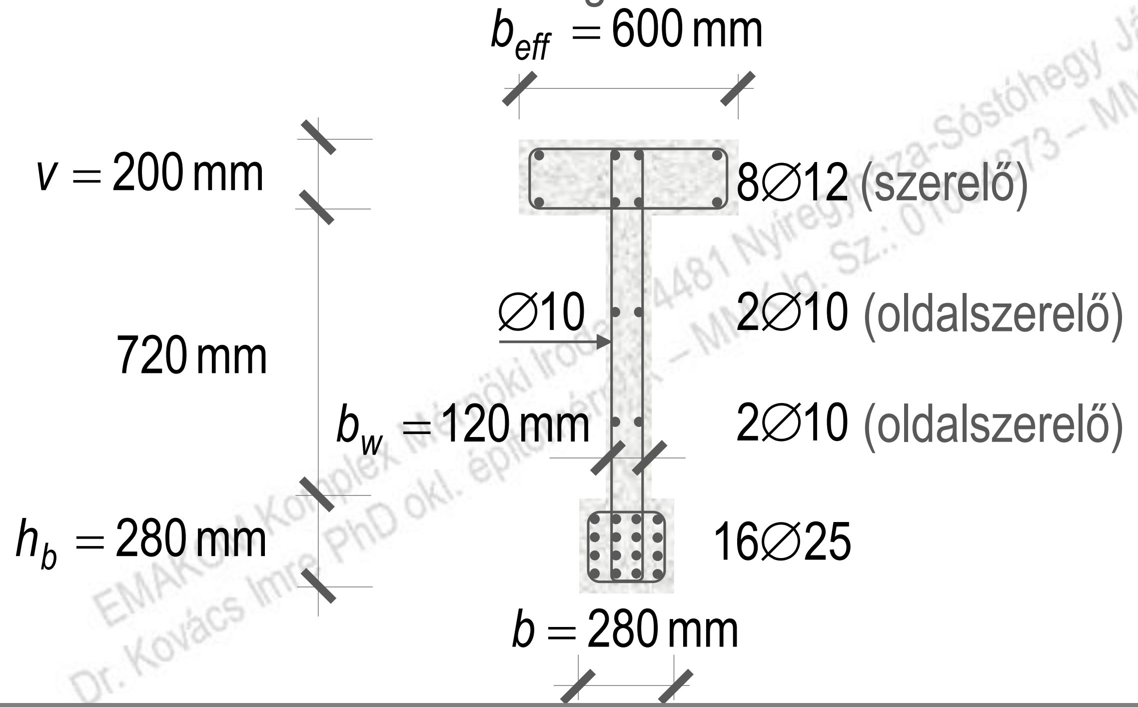
$$\approx \frac{1}{2} \cdot 160 \cdot 246 \cdot 30{,}80 + \frac{30{,}80 + 10{,}80}{2} \cdot (400 - 160) \cdot 160 \approx 1405\,\text{kN}$$

$$N_s \approx A_{s,prov} \cdot f_{yd} \approx 2826 \cdot 500 \approx 1413\,\text{kN}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

Határozzuk meg a vázolt előre gyártott vasbeton ”I” keresztmetszet (**h = 1200 mm, b_{eff} = 600 mm, b_w = 120 mm, v = 200 mm, b = 280 mm, h_b = 280 mm**) rugalmas állapotának végéhez tartozó hajlítónyomaték tervezési értékét szeizmikus tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C40/50**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke **C_{nom} = 20 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága **d_g = 8 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője **$Ø_s$ = 10 mm**, a húzott fővasalást **16Ø25,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasalást pedig **8Ø12, B500B** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk az ekkor kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!

(Lásd 13. Témakör (4) példa!)



- Beton: **C40/50**
- Adalékanyag: **d_g = 8 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Tartómagasság: **h = 1200 mm**
- Fejlemez szélesség: **b_{eff} = 600 mm**
- Bordaszélesség: **b_w = 120 mm**
- Fejlemez vastagság: **v = 200 mm**
- Alsó öv szélessége: **b = 280 mm**
- Alsó öv magassága: **h_b = 280 mm**
- Húzott fővasalás: **$A_{s,prov}$ = 16Ø25 (7856 mm^2)**
- Nyomott oldali szerelő: **$A_{s',prov}$ = 8Ø10 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø10**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{40}{1{,}20} = 33{,}33\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,{}^0\!/_{00}} = \frac{33{,}33}{1{,}75} \approx 19000\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}00} = 500\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/19000 \approx 10{,}50$$ ☑
  - $$\Delta\varnothing_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 25 = 25\,\text{mm} \\ d_g + k_2 = 8 + 5 = 13\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 25\,\text{mm}$$ ☑
  - $$\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n-1} = \frac{280 - (2 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 25)}{4-1} = 40\,\text{mm} > \Delta\varnothing_{\min} = 25\,\text{mm}$$ ☑
  - $$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing + \Delta_{sor} + \varnothing + \frac{\Delta_{sor}}{2}\right) = 1200 - \left(20 + 10 + 20 + 40 + 20 + \frac{40}{2}\right) = 1070\,\text{mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

- $0 = \frac{1}{2} \cdot b_{eff} \cdot x^2 - (d - x) \cdot \alpha \cdot A_s$ Feltételezve, hogy a súlyponti tengely a fejlemezbe esik!!! ☑
- $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \rightarrow b_{eff} \cdot x^2 + (2 \cdot \alpha \cdot A_s) \cdot x - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = 0$ ☑

$$a = b_{eff} = 600\,\text{mm}$$

$$b = 2 \cdot \alpha \cdot A_s = 2 \cdot 10{,}50 \cdot 7856 = 164976$$

$$c = -2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d = -2 \cdot 10{,}50 \cdot 7856 \cdot 1070 = -176524320$$

➡ $$x = x_{II} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-164976 + \sqrt{164976^2 + 4 \cdot 600 \cdot 176524320}}{2 \cdot 600} = 422\,\text{mm} > \text{v} = 200\,\text{mm}$$ ☑

➡ A súlyponti tengely nem esik a fejlemezbe!!! Új vetületi egyenlet felírása és megoldása szükséges! ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

- $0 = b_{eff} \cdot v \cdot \left(x - \frac{v}{2} \right) + b_w \cdot \frac{(x-v)^2}{2} - (d-x) \cdot \alpha \cdot A_s$ Feltételezve, hogy a súlyponti tengely a bordába esik!!! ☑
- $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \rightarrow 0 = b_w \cdot x^2 + 2 \cdot (b_{eff} \cdot v - b_w \cdot v + \alpha \cdot A_s) \cdot x + b_w \cdot v^2 - b_{eff} \cdot v^2 - 2 \cdot \alpha \cdot A_s \cdot d$ ☑

$$a = b_w = 120\,\text{mm}$$

$$b = 2 \cdot (b_{eff} \cdot v - b_w \cdot v + \alpha \cdot A_s) = 2 \cdot (600 \cdot 200 - 120 \cdot 200 + 10{,}50 \cdot 7856) = 356976$$

$$c = b_w \cdot v^2 - b_{eff} \cdot v^2 - 2 \cdot d \cdot \alpha \cdot A_s = 120 \cdot 200^2 - 600 \cdot 200^2 - 2 \cdot 1070 \cdot 10{,}50 \cdot 7856 = -195724320$$

➡ $$x = x_{II} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-356976 + \sqrt{356976^2 + 4 \cdot 120 \cdot 195724320}}{2 \cdot 120} = 473\,\text{mm} > v = 200\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$I_{II} = \frac{b_{eff} \cdot v^3}{12} + (b_{eff} \cdot v) \cdot \left(x_{II} - \frac{v}{2} \right)^2 + \frac{b_w \cdot (x_{II} - v)^3}{3} + \alpha \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2 =$$ ☑

$$= \frac{600 \cdot 200^3}{12} + (600 \cdot 200) \cdot \left(473 - \frac{200}{2} \right)^2 + \frac{120 \cdot (473-200)^3}{3} + 10{,}50 \cdot 7856 \cdot (1070 - 473)^2 = 47{,}30 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

- $$W_{II}^{s} = \frac{I_{II}}{d - x_{II}} = \frac{47{,}30 \cdot 10^{9}}{1070 - 473} = 79{,}20 \cdot 10^{6}\ \mathrm{mm}^{3}$$ ☑

- $$W_{II}^{c} = \frac{I_{II}}{x_{II}} = \frac{47{,}30 \cdot 10^{9}}{473} = 100 \cdot 10^{6}\ \mathrm{mm}^{3}$$ ☑

- $$M_{II} = \min \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot \dfrac{I_{II}}{d - x_{II}} = \dfrac{f_{yd}}{\alpha} \cdot W_{II}^{s} = \dfrac{500}{10{,}50} \cdot 79{,}20 \cdot 10^{6} = 3771\,\mathrm{kNm} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{I_{II}}{x_{II}} = f_{cd} \cdot W_{II}^{c} = 33{,}33 \cdot 100 \cdot 10^{6} = 3333\,\mathrm{kNm} \end{array} \right\} = 3333\,\mathrm{kNm}$$ ☑

- A berepedt/rugalmas állapot végét jelentő első képlékeny jelenség a nyomott beton öv morzsolódásával alakul ki! ☑

- $$\sigma_c = \frac{M_{II}}{I_{II}} \cdot (x_{II} - v) = \frac{3333 \cdot 10^{6}}{47{,}30 \cdot 10^{9}} \cdot (473 - 200) = 19{,}20\,\mathrm{N/mm}^{2}$$ A fejlemez alsó síkján ébredő nyomófeszültség ☑

- $$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{19{,}20}{19000} = 1{,}01‰$$ A fejlemez alsó síkján kialakuló fajlagos összenyomódás ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)

- $\dfrac{\varepsilon_{s,II,1sor}}{d_{1sor}-x_{II}}=\dfrac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,1sor}=\varepsilon_{c3}\cdot\dfrac{d_{1sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\dfrac{1167-473}{473}=2{,}57\,\text{‰}>f_{yd}/E_s=2{,}50\,\text{‰}\rightarrow\sigma_s=f_{yd}$

- $\dfrac{\varepsilon_{s,II,2sor}}{d_{2sor}-x_{II}}=\dfrac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,2sor}=\varepsilon_{c3}\cdot\dfrac{d_{2sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\dfrac{1102-473}{473}=2{,}33\,\text{‰}<f_{yd}/E_s=2{,}50\,\text{‰}\rightarrow\sigma_s<f_{yd}$

- $\dfrac{\varepsilon_{s,II,3sor}}{d_{3sor}-x_{II}}=\dfrac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,3sor}=\varepsilon_{c3}\cdot\dfrac{d_{3sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\dfrac{1037-473}{473}=2{,}09\,\text{‰}<f_{yd}/E_s=2{,}50\,\text{‰}\rightarrow\sigma_s<f_{yd}$

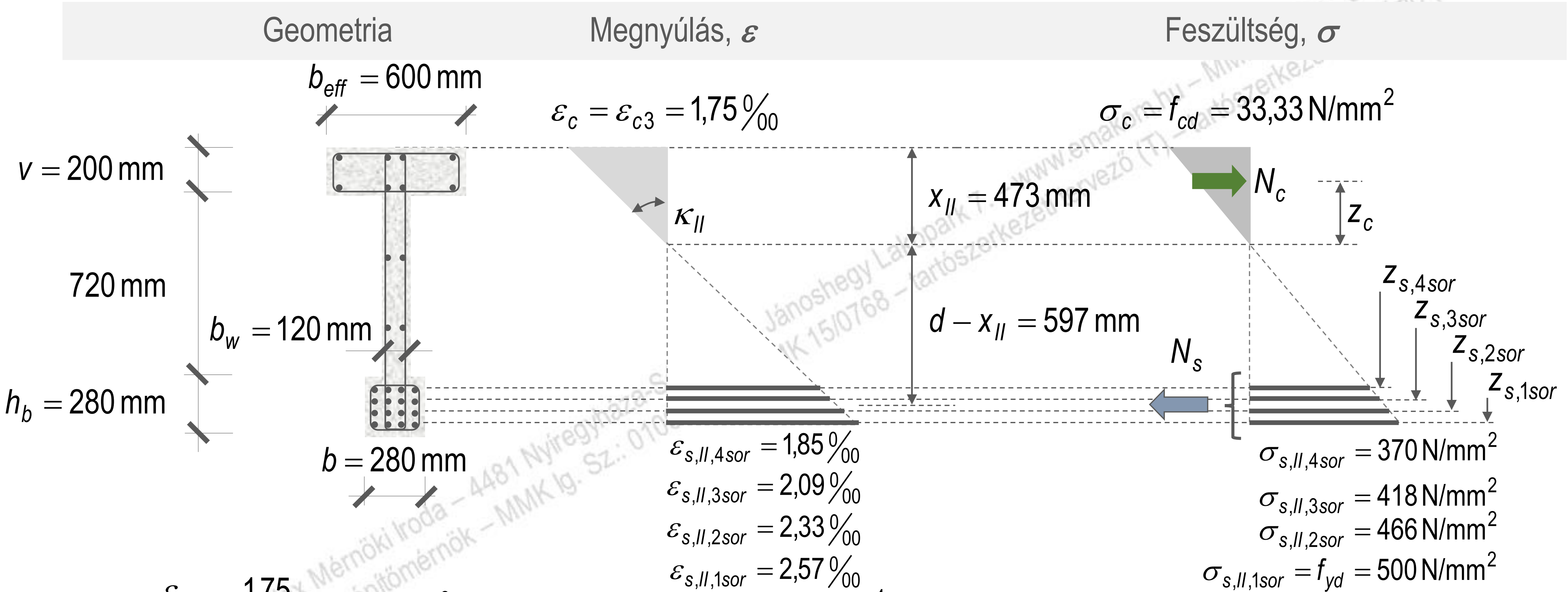
- $\dfrac{\varepsilon_{s,II,4sor}}{d_{4sor}-x_{II}}=\dfrac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}} \rightarrow \varepsilon_{s,II,4sor}=\varepsilon_{c4}\cdot\dfrac{d_{4sor}-x_{II}}{x_{II}}=1{,}75\cdot\dfrac{972-473}{473}=1{,}85\,\text{‰}<f_{yd}/E_s=2{,}50\,\text{‰}\rightarrow\sigma_s<f_{yd}$

- $\sigma_{s,II,2sor}=\varepsilon_{s,II,2sor}\cdot E_s=2{,}33\,\text{‰}\cdot 200000=466\ \text{N/mm}^2$

- $\sigma_{s,II,3sor}=\varepsilon_{s,II,3sor}\cdot E_s=2{,}09\,\text{‰}\cdot 200000=418\ \text{N/mm}^2$

- $\sigma_{s,II,4sor}=\varepsilon_{s,II,4sor}\cdot E_s=1{,}85\,\text{‰}\cdot 200000=370\ \text{N/mm}^2$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára a II. feszültségi állapotban (6)



$$\kappa_{II} = \frac{\varepsilon_{c3}}{x_{II}} = \frac{1{,}75}{473} = 3{,}70 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\text{mm}}$$

$$N_s \approx \sum_{i=1}^{4} A_{s,prov,isor} \cdot \sigma_{s,isor} \approx 3445\,\text{kN}$$

$$M_{II} = 3333\,\text{kNm}$$

$$N_c \approx \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot x_{II} \cdot f_{cd} + \frac{f_{cd} + \sigma_c}{2} \cdot \left(b_{eff} - b_w\right) \cdot v \approx \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 473 \cdot 33{,}33 + \frac{33{,}33 + 19{,}20}{2} \cdot \left(600 - 120\right) \cdot 200 \approx 3467\,\text{kN}$$

Vasbetonszerkezetek

14. Témakör
Hajlított vasbeton keresztmetszet berepedt állapotban, a II. feszültségi állapot

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó

Köszönöm a figyelmet!

EMAKOM
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA
info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu