Vasbetonszerkezetek

13. Témakör

Hajlított vasbeton keresztmetszet a repedésmentes I. feszültségi állapotban

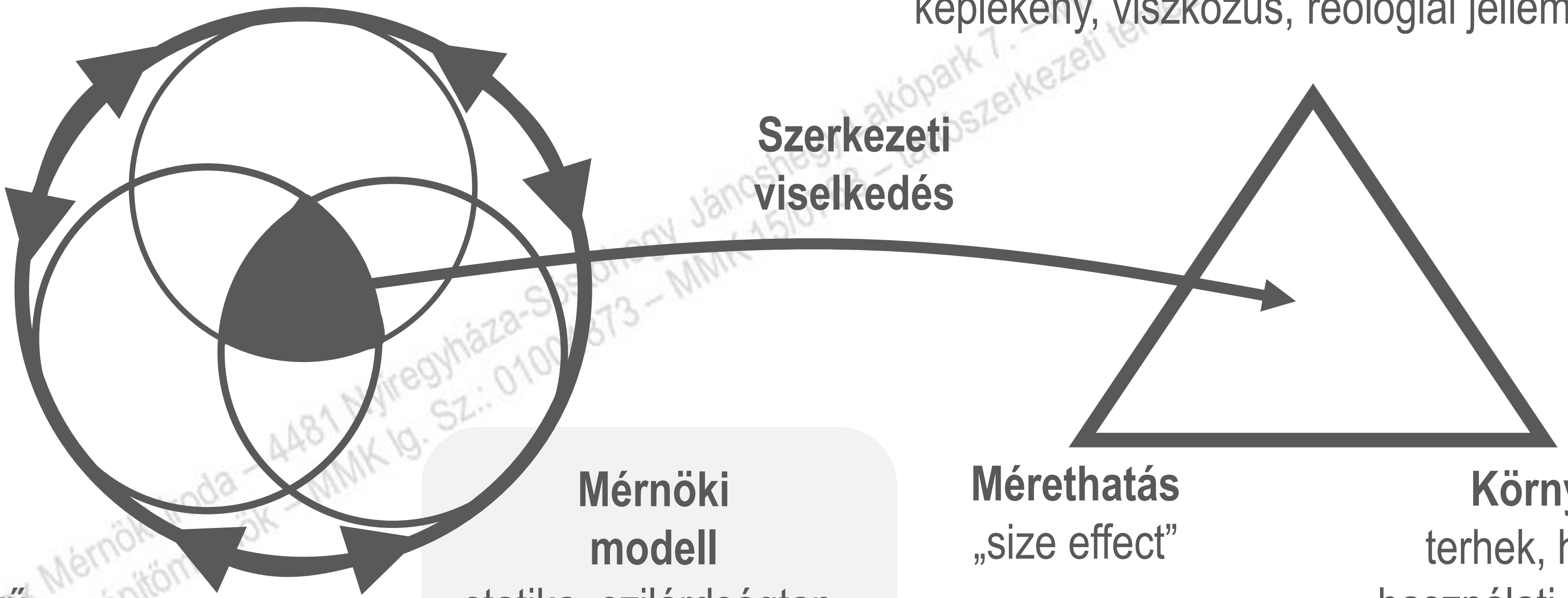
Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó

EMAKOM
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA
info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu

Vasbeton szerkezetek viselkedésének modellezése

Numerikus modell
lineáris, nem lineáris, képlékeny, 1. rendű elmélet, 2. rendű elmélet, stb.

Anyagjellemzők
homogén, inhomogén, izotróp, anizotrop
lineárisan rugalmas, nem lineárisan rugalmas,
képlékeny, viszkózus, reológiai jellemzők, stb.



Kísérleti modell
valós léptékű,
nem valós léptékű,
stb.

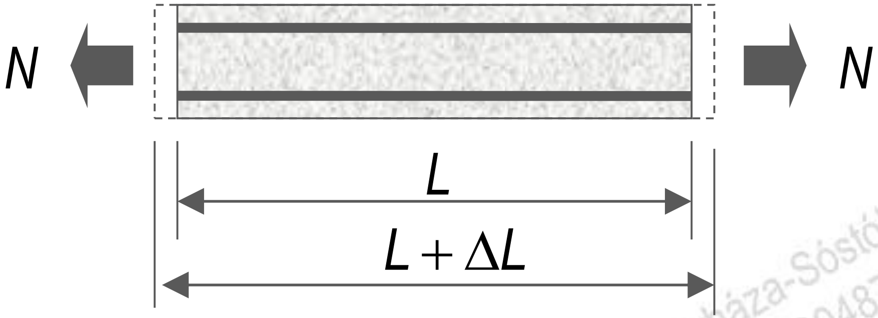
Mérnöki modell
statika, szilárdságtan,
rugalmasságtan,
dinamika, stb.

Mérethatás
„size effect”

Környezet
terhek, hatások,
használati élettartam,
teljesítőképesség,
tartóssági kérdések, stb.

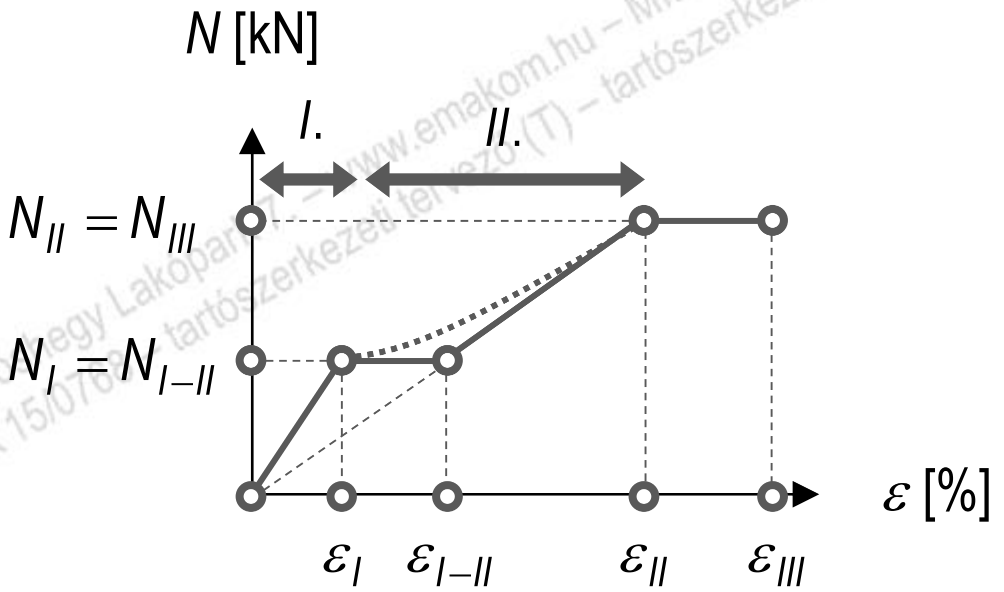
Központosan húzott vasbeton rúd terhelési folyamata

Központos húzás



$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Megnyúlás (fajlagos alakváltozás)

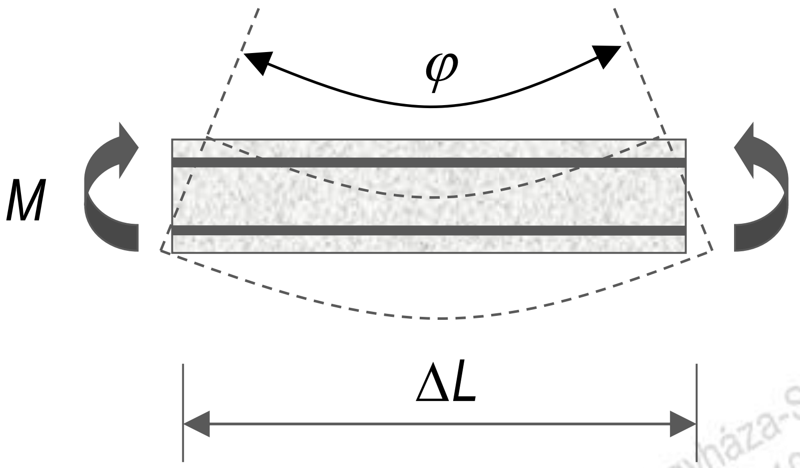


$$\Delta L_I = \frac{\Delta N \cdot L}{E_{cd} \cdot A_i} \qquad \Delta L_{II} = \frac{\Delta N \cdot L}{E_s \cdot A_s}$$

Normálmerevség

Hajlított vasbeton rúd alakváltozása

Tiszta hajlítás



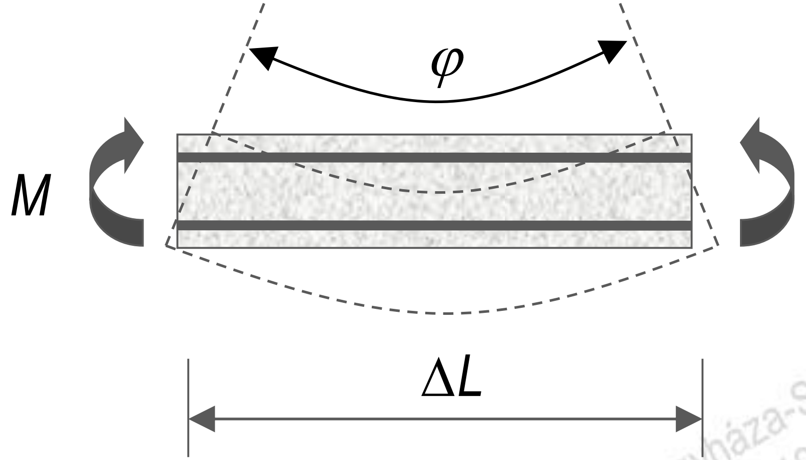
$$\varphi = \frac{M}{E \cdot I} \cdot \Delta L \qquad \kappa = \frac{M}{E \cdot I}$$

Elfordulás | Görbület

$q(x)$	…teher…
$V(x) = \int q(x) \cdot dx$	…nyíróerő…
$M(x) = \int V(x) \cdot dx$	…nyomaték…
$\varphi(x) = \int M(x) \cdot dx$	…elfordulás…
$v(x) = \int \varphi(x) \cdot dx$	…eltolódás…
$\kappa(x) = -\frac{d^2 v(x)}{dx^2}$	…görbület…
$v(x) = \int \left(\int \kappa(x) \cdot dx \right) \cdot dx$	…eltolódás…

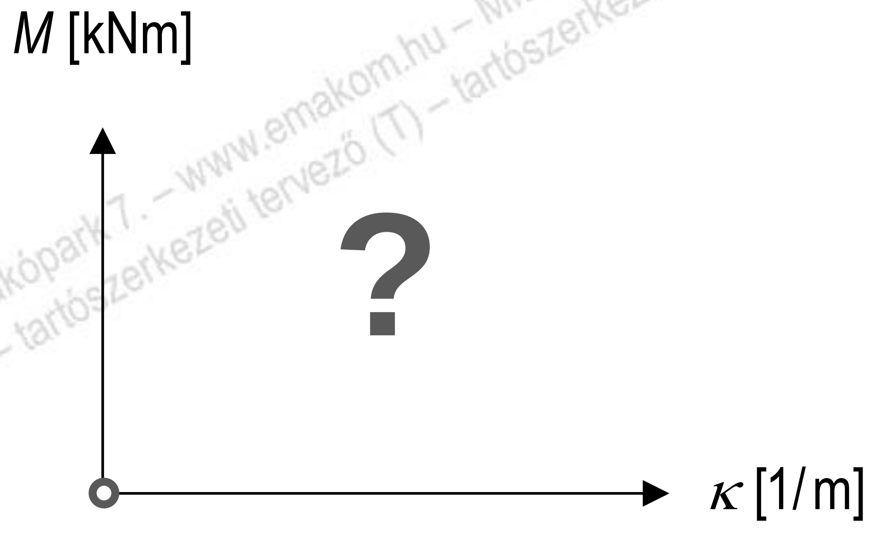
Hajlított vasbeton rúd alakváltozása

Tiszta hajlítás



$$\varphi = \frac{M}{E \cdot I} \cdot \Delta L \qquad \kappa = \frac{M}{E \cdot I}$$

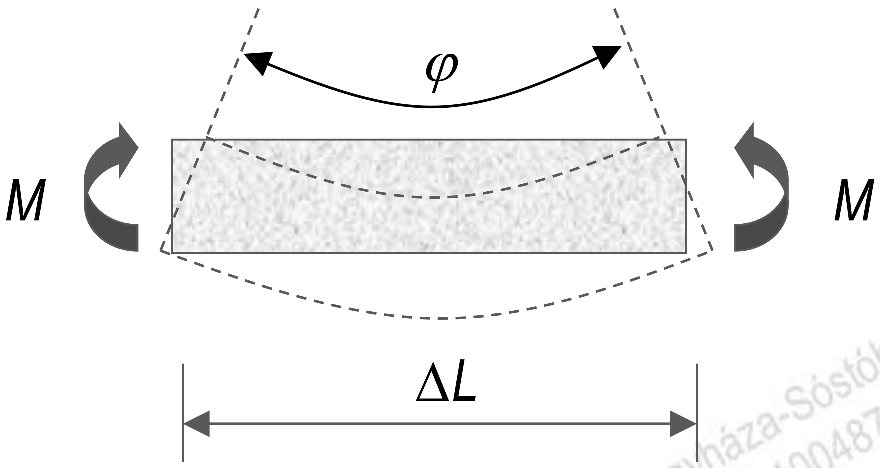
Elfordulás — Görbület

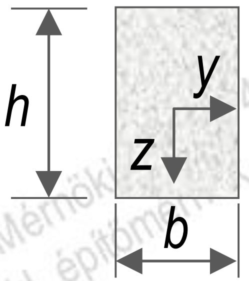


Hajlított vasbeton tartók terhelési folyamatának vizsgálatát a **Nyomaték – Görbület** függvény felhasználásával végezzük el!

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

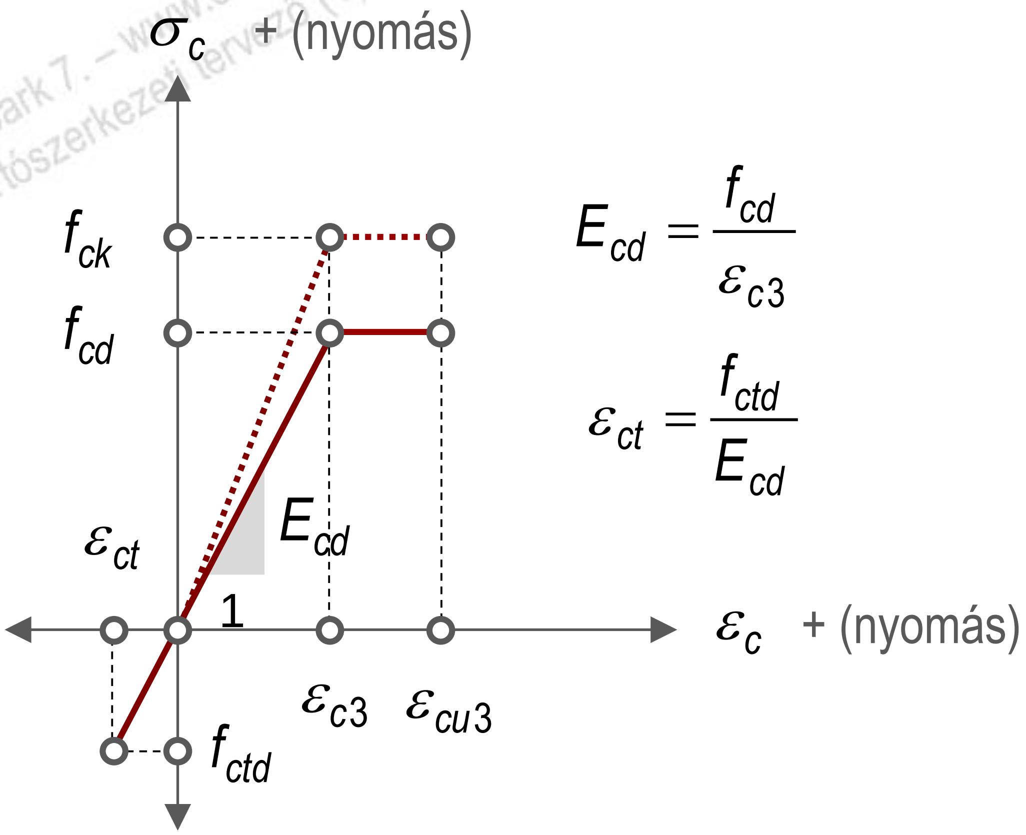
Geometria





Keresztmetszet

Anyagjellemzők



$$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c3}}$$

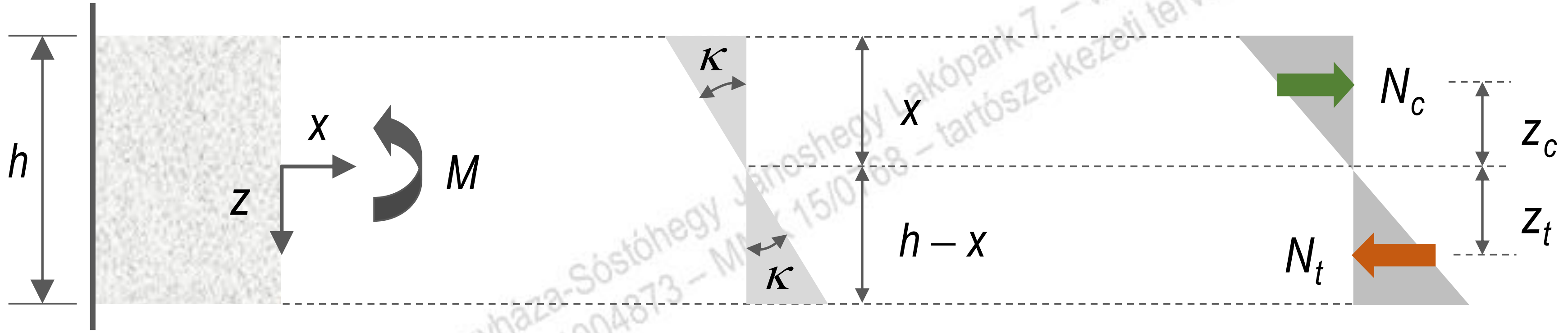
$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}}$$

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x)$$

$$\sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

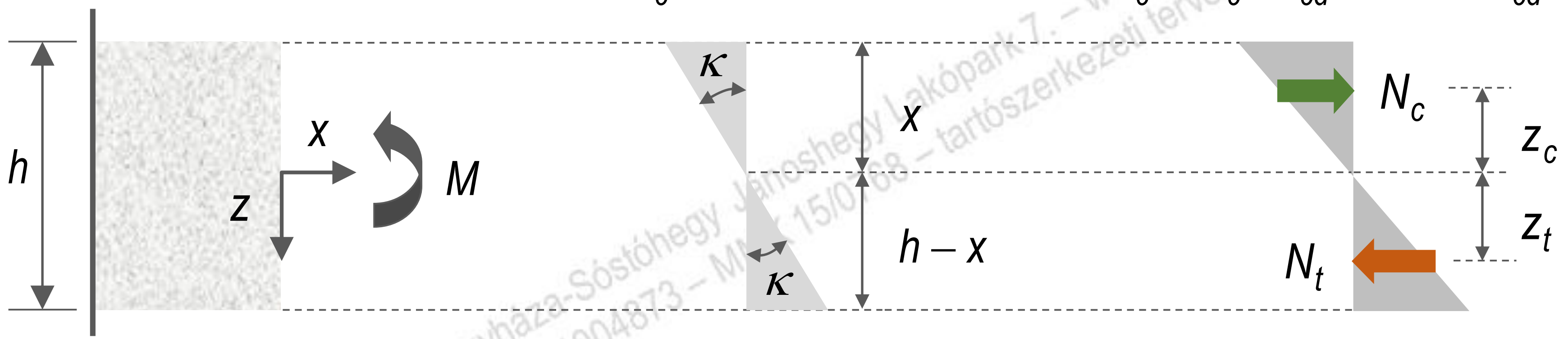
1. Vetületi egyenlet: $\Sigma N = 0 \rightarrow 0 = N_c - N_t \rightarrow x = \dfrac{h}{2}$

2. Nyomatéki egyenlet: $\Sigma M = 0 \rightarrow 0 = M - N_c \cdot z_c - N_t \cdot z_t$

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

2. Nyomatéki egyenlet: $M = N_c \cdot z_c + N_t \cdot z_t$

Belső erők: $N_c = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x \cdot E_{cd}) \cdot (x \cdot b)$

$N_t = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot [h - x] \cdot E_{cd}) \cdot ([h - x] \cdot b)$

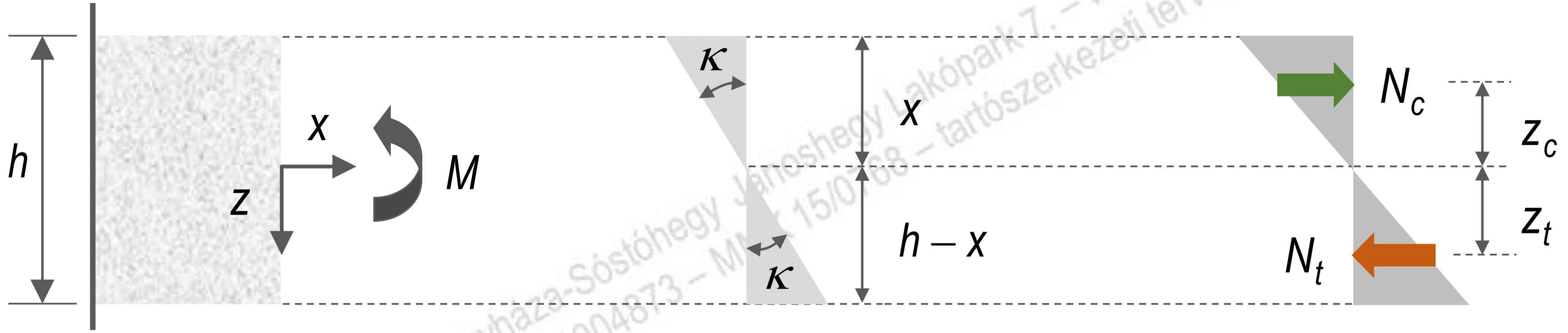
Belső erők karja: $z_c = \frac{2}{3} \cdot x$

$z_t = \frac{2}{3} \cdot (h - x)$

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

2. Nyomatéki egyenlet:

$$M = N_c \cdot z_c + N_t \cdot z_t$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x \cdot E_{cd}) \cdot (x \cdot b) \cdot \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot [h - x] \cdot E_{cd}) \cdot ([h - x] \cdot b) \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - x)$$

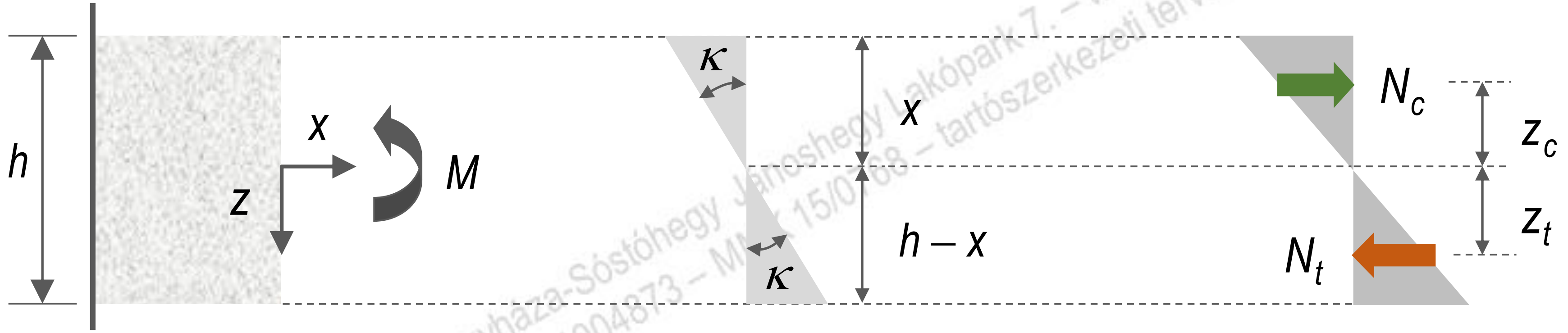
$$M = \kappa \cdot x \cdot b \cdot E_{cd} \cdot \frac{x^2}{3} + \kappa \cdot b \cdot (h - x) \cdot E_{cd} \frac{(h - x)^2}{3} = \kappa \cdot E_{cd} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I_x$$

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x)$$

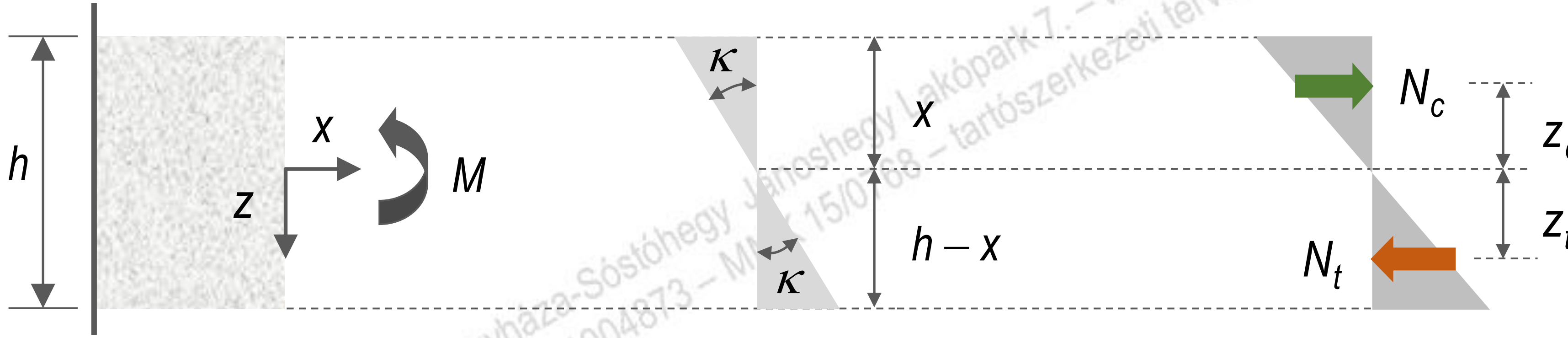
$$\sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_t}{h - x} = \frac{\frac{\sigma_t}{E_{cd}}}{\frac{h}{2}} = \frac{2 \cdot \sigma_t}{h \cdot E_{cd}} \Rightarrow M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I = \frac{2 \cdot \sigma_t}{h \cdot E_{cd}} \cdot E_{cd} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} = \sigma_t \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



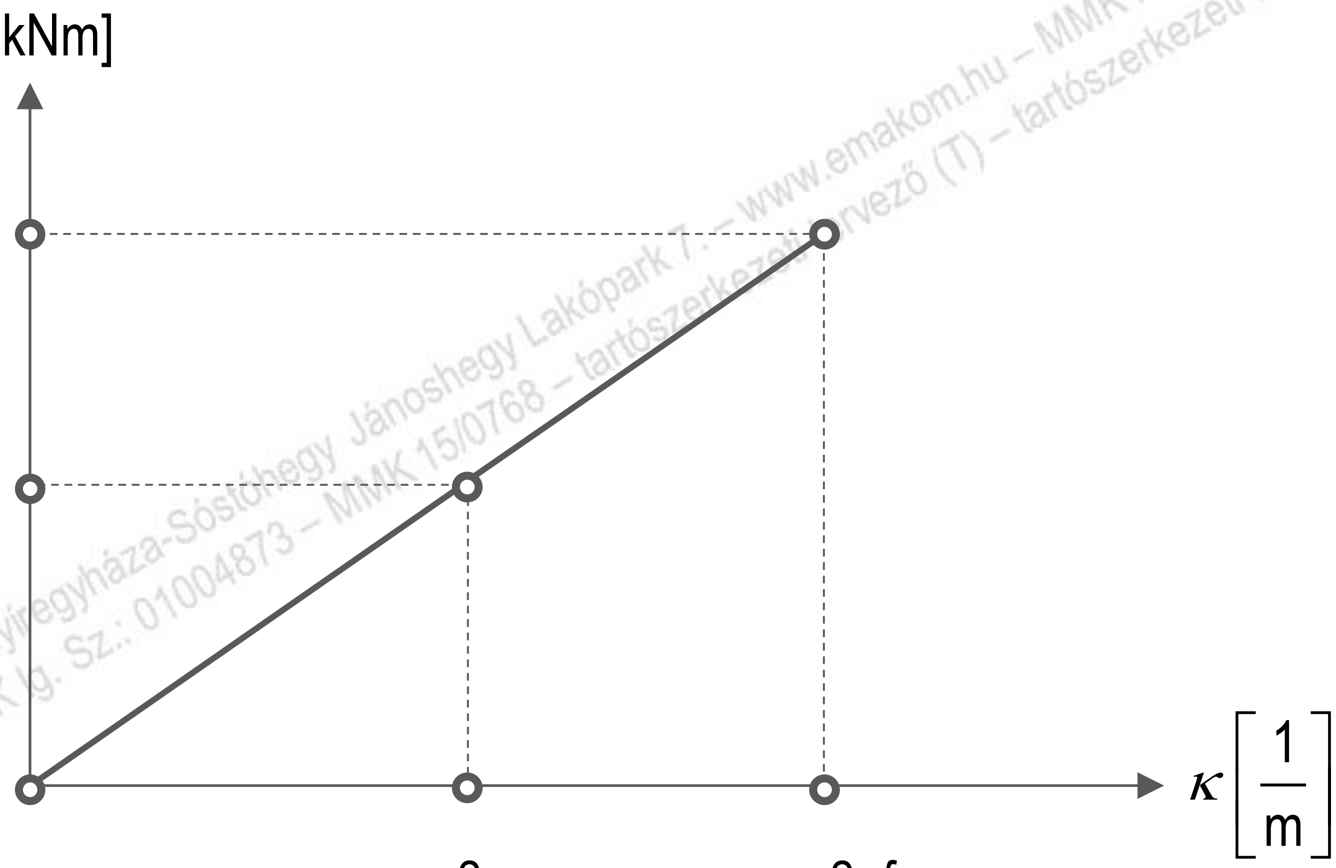
$$\varepsilon_t = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \qquad \sigma_t = f_{ctd}$$

Repedés a húzott szélső szálban!

$$\kappa = \frac{\varepsilon_t}{h-x} = \frac{\frac{f_{ctd}}{E_{cd}}}{\frac{h}{2}} = \frac{2 \cdot f_{ctd}}{h \cdot E_{cd}} \Rightarrow \boxed{M_{Rd}} = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I = \frac{2 \cdot f_{ctd}}{h \cdot E_{cd}} \cdot E_{cd} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} = \boxed{f_{ctd} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}}$$

Törőnyomaték

Beton keresztmetszet **M** – **κ** függvénye



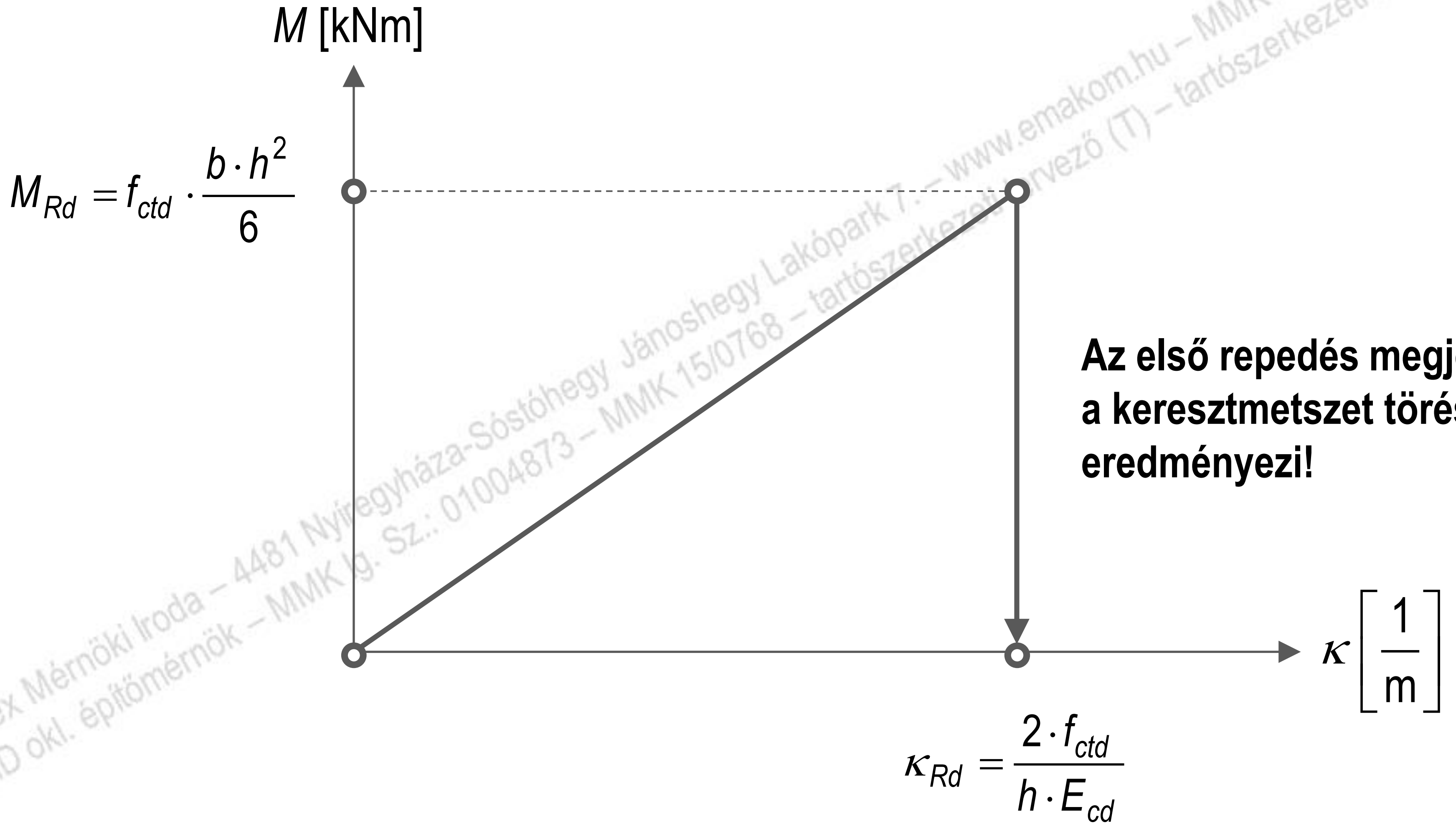
$$M_{Rd} = f_{ctd} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$M = \sigma_t \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$\sigma_t = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}$$

$$\kappa = \frac{2 \cdot \sigma_t}{h \cdot E_{cd}} \qquad \kappa_{Rd} = \frac{2 \cdot f_{ctd}}{h \cdot E_{cd}}$$

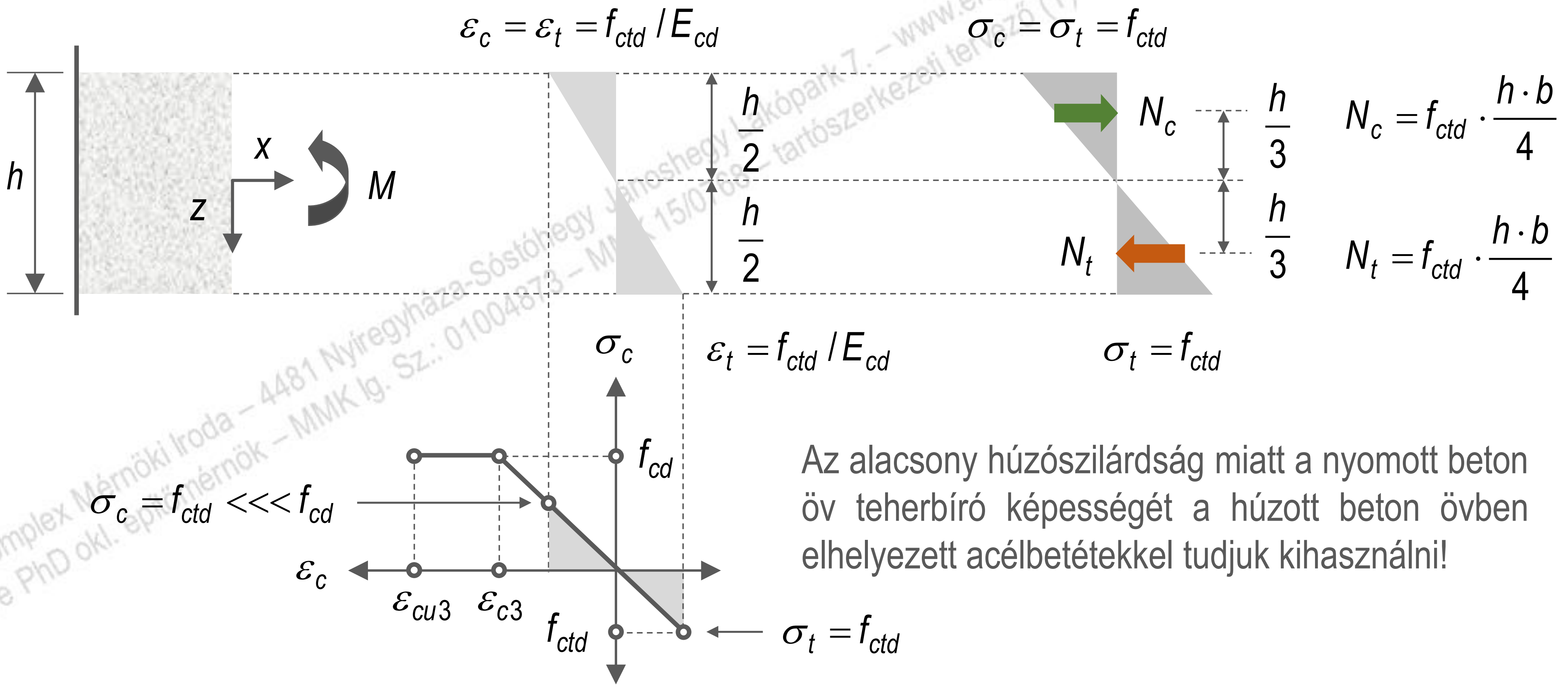
Beton keresztmetszet ***M* – *κ*** függvénye



Az első repedés megjelenése a keresztmetszet törését eredményezi!

Hajlított beton rúd terhelési folyamata – rugalmas állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

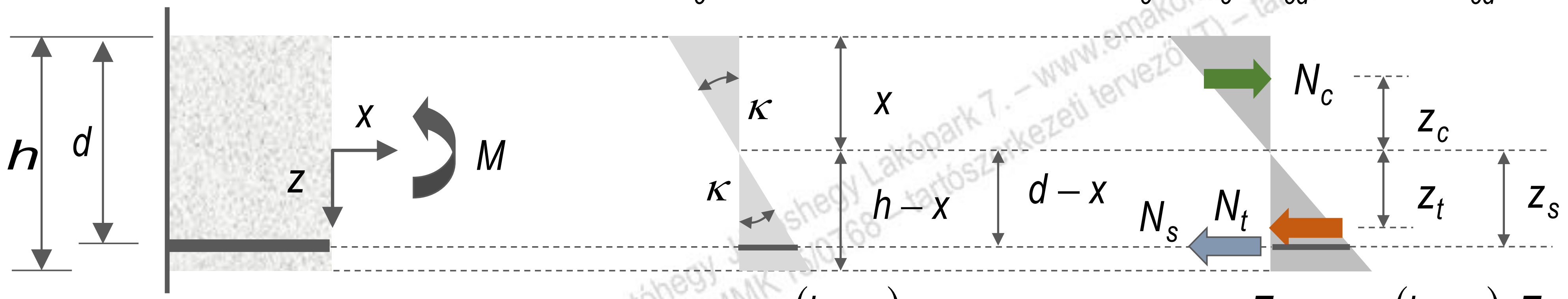


Az alacsony húzószilárdság miatt a nyomott beton öv teherbíró képességét a húzott beton övben elhelyezett acélbetétekkel tudjuk kihasználni!

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet:

Belső erők:

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x) \cdot E_{cd} \cdot x \cdot b$$

$$N_t = \frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd} \cdot (h - x) \cdot b - \kappa \cdot (d - x) \cdot E_{cd} \cdot A_s$$

$$N_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s \cdot A_s$$

Belső erők karja:

$$z_c = \frac{2}{3} \cdot x$$

$$z_t = \frac{2}{3} \cdot (h - x)$$

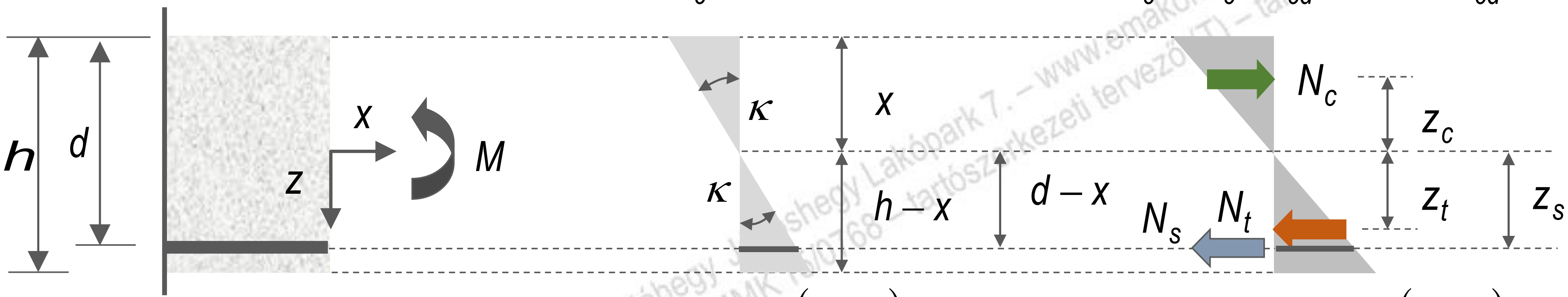
$$z_s = (d - x)$$

$$\Sigma N = 0 \rightarrow 0 = N_c - N_t - N_s$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

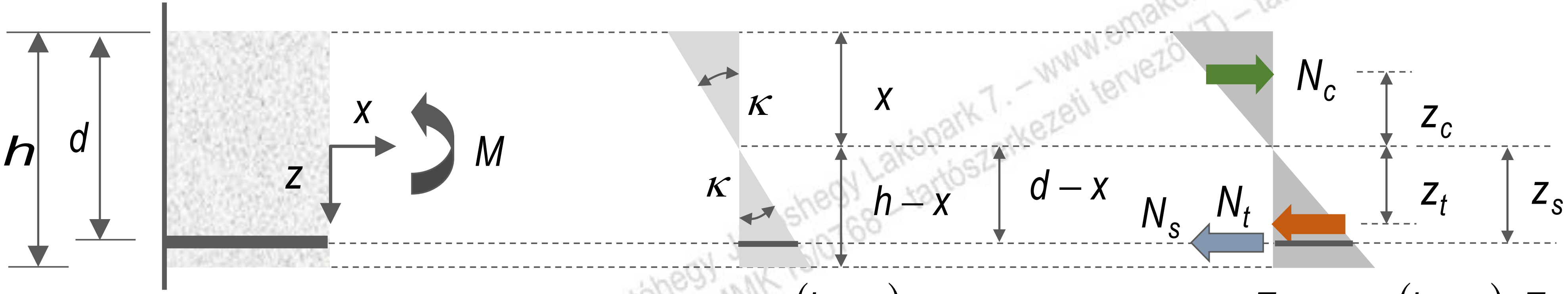
1. Vetületi egyenlet: $\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_t - N_s$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x) \cdot E_{cd} \cdot x \cdot b - \left[\frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd} \cdot (h - x) \cdot b - \kappa \cdot (d - x) \cdot E_{cd} \cdot A_s \right] - \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s \cdot A_s$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet: $\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_t - N_s$

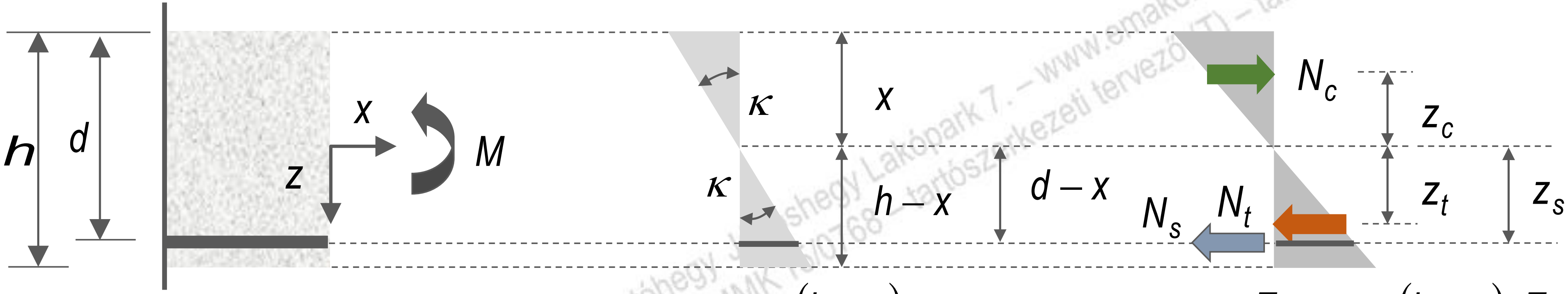
Statikai nyomaték a hajlítás tengelyére

$$0 = \kappa \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot b \cdot (h - x)^2 - A_s \cdot (d - x) \cdot \left(\frac{E_s}{E_{cd}} - 1 \right) \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{E_s}{E_{cd}} \Rightarrow \boxed{0 = \kappa \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot b \cdot (h - x)^2 - A_s \cdot (d - x) \cdot (\alpha - 1) \right\}}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x) \cdot E_s$$

1. Vetületi egyenlet: $\Sigma N = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = N_c - N_t - N_s$

Súlyponti tengely helyzete / Nyomott beton öv magassága

$$x = x_I = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot h^2 + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot d}{b \cdot h + A_s \cdot (\alpha - 1)} = \frac{S_I}{A_I}$$

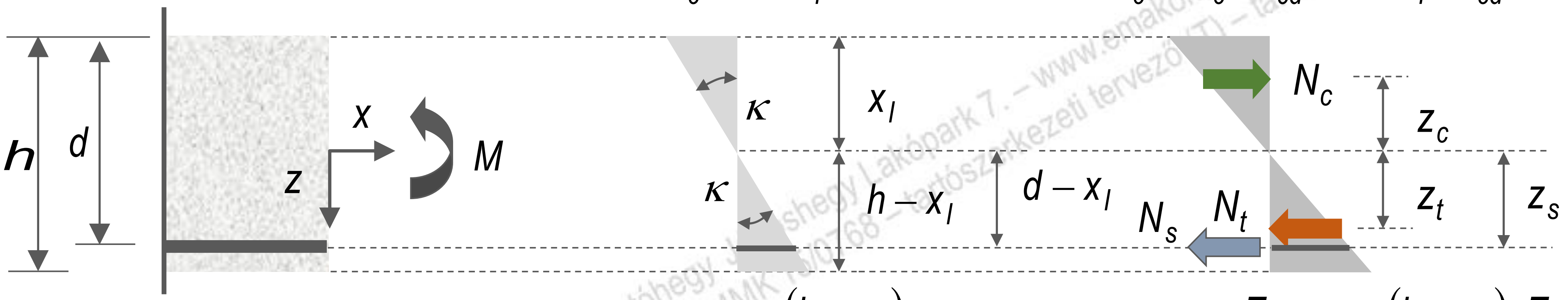
Statikai nyomaték a nyomott beton öv szélső szálára

Ideális keresztmetszeti terület repedésmentes állapotban

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_I \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_I \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x_I) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x_I) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x_I) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x_I) \cdot E_s$$

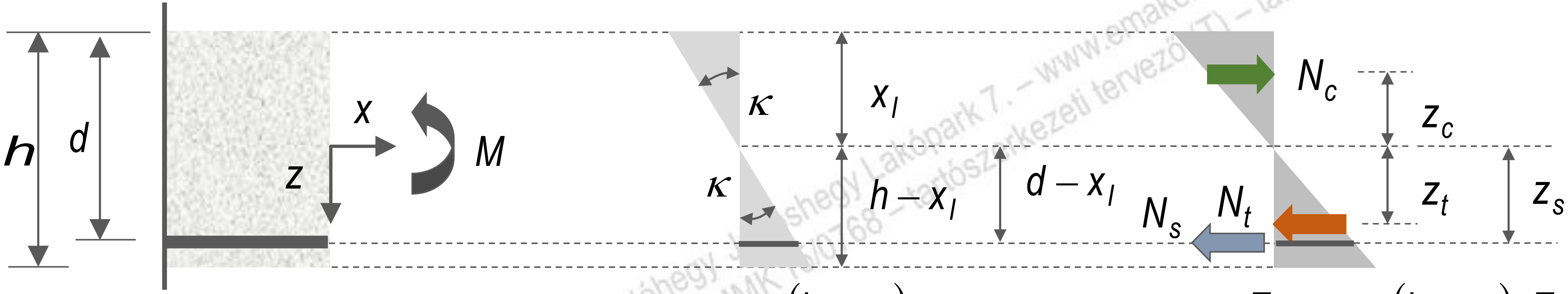
2. Nyomatéki egyenlet: $\Sigma M = 0 \rightarrow M = N_c \cdot z_c + N_t \cdot z_t + N_s \cdot z_s$

$$M = \left\{\frac{1}{2} \cdot (\kappa \cdot x_I) \cdot E_{cd} \cdot b \cdot x_I\right\} \cdot \frac{2}{3} \cdot x_I + \left\{\left\{\frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot (h - x_I) \cdot E_{cd} \cdot b \cdot (h - x_I)\right\} \cdot \frac{2}{3} \cdot (h - x_I) - \kappa \cdot (d - x_I) \cdot E_{cd} \cdot A_s \cdot (d - x_I)\right\} + \kappa \cdot (d - x_I) \cdot E_s \cdot A_s \cdot (d - x_I)$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_I \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_I \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x_I) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x_I) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x_I) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x_I) \cdot E_s$$

2. Nyomatéki egyenlet: $\Sigma M = 0 \quad \rightarrow \quad M = N_c \cdot z_c + N_t \cdot z_t + N_s \cdot z_s$

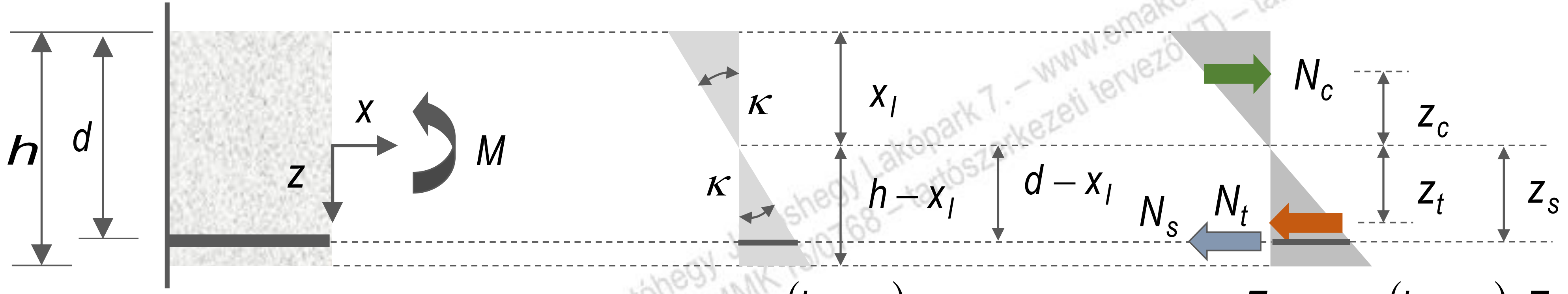
A keresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka repedésmentes állapotban

$$M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot \boxed{\left\{ \frac{b \cdot x_I^3}{3} + \frac{(h - x_I)^3 \cdot b}{3} + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot (d - x_I)^2 \right\}} \quad \Rightarrow \quad M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot \boxed{I_I}$$

Hajlított vasbeton rúd terhelési folyamata – rugalmas/repedésmentes állapot

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa \cdot x_I \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa \cdot x_I \cdot E_{cd}$$



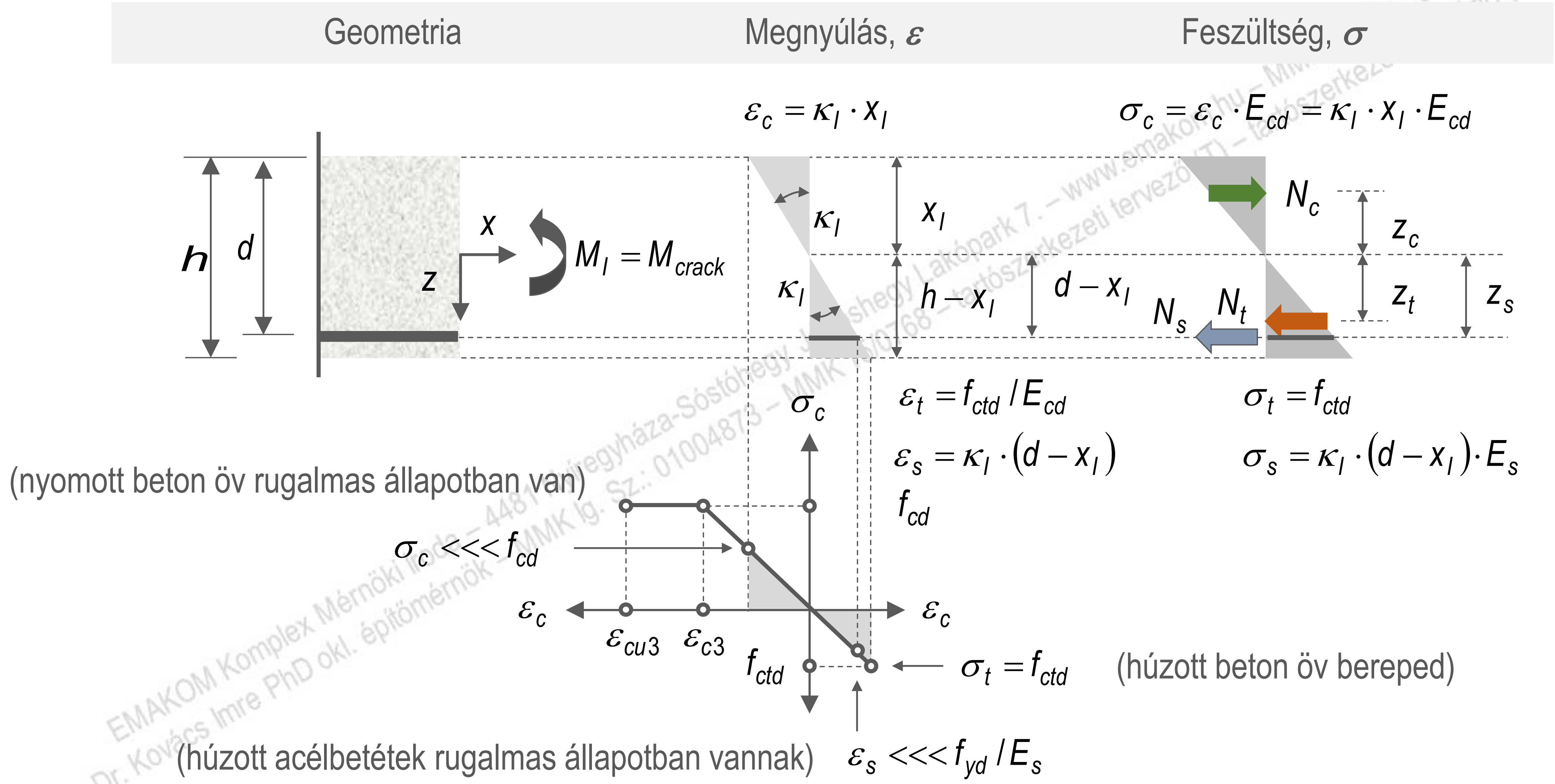
$$\varepsilon_t = \kappa \cdot (h - x_I) \qquad \sigma_t = \varepsilon_t \cdot E_{cd} = \kappa \cdot (h - x_I) \cdot E_{cd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x_I) \qquad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = \kappa \cdot (d - x_I) \cdot E_s$$

Keresztmetszeti tényező a húzott beton öv szélső szálára repedésmentes állapotban

$$\kappa = \frac{\varepsilon_t}{h - x_I} = \frac{\sigma_t}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I} \Rightarrow M = \kappa \cdot E_{cd} \cdot I_I = \sigma_t \cdot \frac{\left\{ \frac{b \cdot x_I^3}{3} + \frac{(h - x_I)^3 \cdot b}{3} + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot (d - x_I)^2 \right\}}{h - x_I} = \sigma_t \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = \sigma_t \cdot W_I^t$$

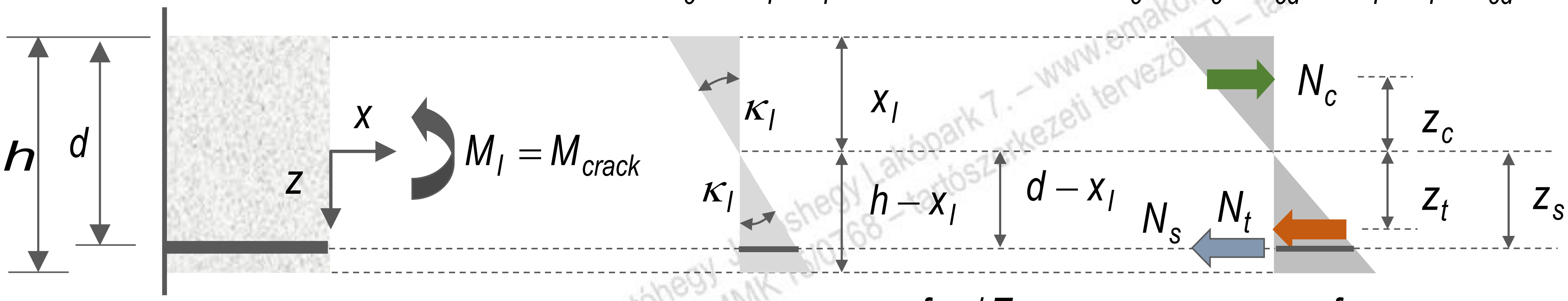
A húzott beton öv berepedésének pillanata



A húzott beton öv berepedésének pillanata – Repesztőnyomaték - M_{crack}

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa_I \cdot x_I \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa_I \cdot x_I \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = f_{ctd} / E_{cd} \qquad \sigma_t = f_{ctd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa_I \cdot (d - x_I) \qquad \sigma_s = \kappa_I \cdot (d - x_I) \cdot E_s$$

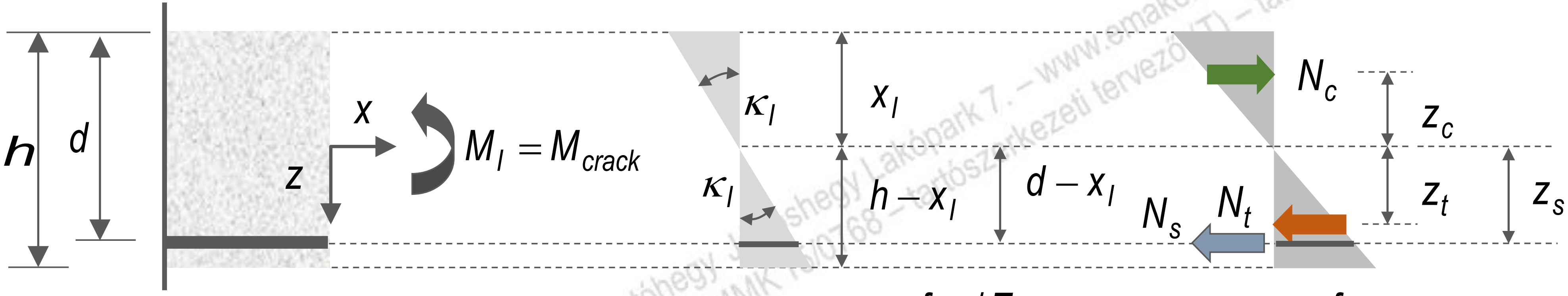
A vasbeton keresztmetszet repesztőnyomatéka

$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_t}{h - x_I} = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I} \Rightarrow \boxed{M_{crack}} = \kappa_I \cdot E_{cd} \cdot I_I = \boxed{f_{ctd} \cdot \frac{\left\{ \frac{b \cdot x_I^3}{3} + \frac{(h - x_I)^3 \cdot b}{3} + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot (d - x_I)^2 \right\}}{h - x_I}} = \boxed{f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I}} = \boxed{f_{ctd} \cdot W_I^t}$$

A húzott beton öv berepedésének pillanata – $\sigma_{c,I} - \sigma_{s,I}$

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$$\varepsilon_c = \kappa_I \cdot x_I \qquad \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{cd} = \kappa_I \cdot x_I \cdot E_{cd}$$



$$\varepsilon_t = f_{ctd} / E_{cd} \qquad \sigma_t = f_{ctd}$$

$$\varepsilon_s = \kappa_I \cdot (d - x_I) \qquad \sigma_s = \kappa_I \cdot (d - x_I) \cdot E_s$$

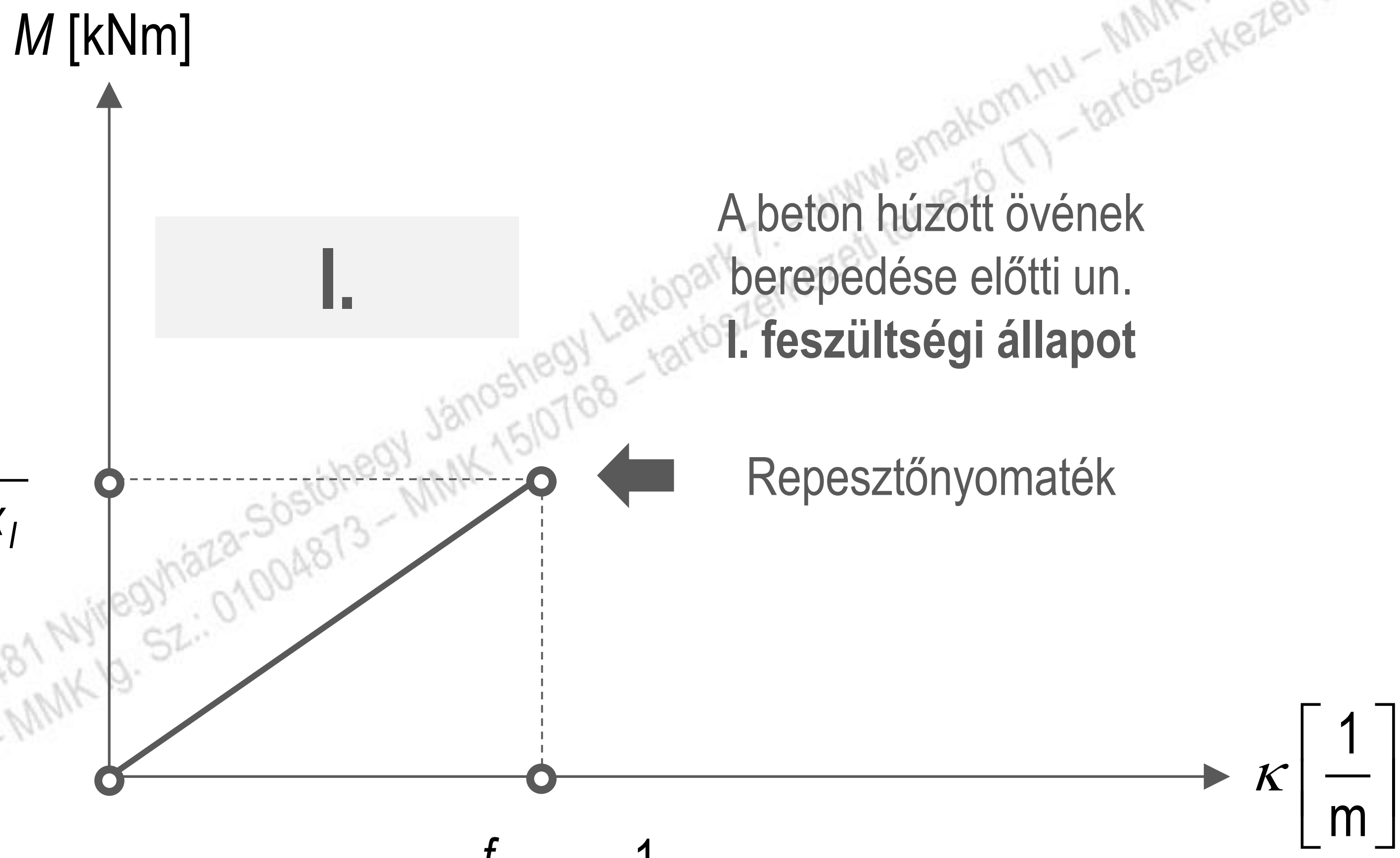
$$\sigma_{c,I} = \varepsilon_{c,I} \cdot E_{cd} = \kappa_I \cdot x_I \cdot E_{cd} \Rightarrow \boxed{\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I} \Rightarrow$$

A nyomott beton öv szélső szálában ébredő nyomófeszültség a húzott szélső szál berepedésének pillanatában

$$\sigma_{s,I} = \varepsilon_{s,I} \cdot E_s = \kappa_I \cdot (d - x_I) \cdot E_s \Rightarrow \boxed{\sigma_{s,I} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - x_I)} \Rightarrow$$

A húzott acélbetétekben ébredő húzófeszültség a húzott szélső szál berepedésének pillanatában

Vasbeton keresztmetszet *M* – κ függvénye – I. feszültségi állapot



$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I}$$

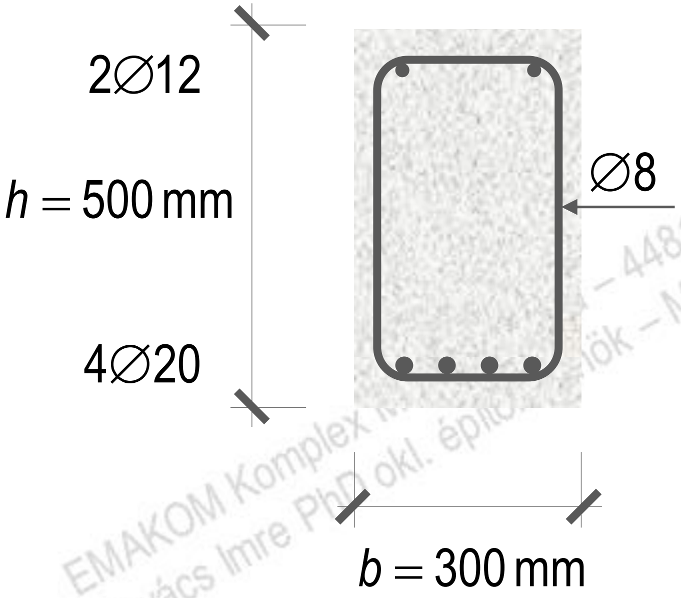
A beton húzott övének berepedése előtti un. **I. feszültségi állapot**

Repesztőnyomaték

$$\kappa_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \cdot \frac{1}{h - x_I}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (1)

Határozzuk meg a vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) repesztőnyomatékát tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C30/37**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke $\boldsymbol{C_{nom}}$ **= 30 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága $\boldsymbol{d_g}$ **= 16 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője $\boldsymbol{Ø_s}$ **= 8 mm**, a húzott fővasalást **4Ø20,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasálást pedig **2Ø12, B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: $\boldsymbol{d_g}$ **= 16 mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: ***b* = 300 mm**
- Magasság: ***h* = 500 mm**
- Betonfedés: $\boldsymbol{C_{nom}}$ **= 30 mm**
- Húzott fővasalás: $\boldsymbol{A_{s,prov}}$ **= 4Ø20 (1256 mm²)**
- Nyomott oldali szerelő: $\boldsymbol{A_s{}'_{,prov}}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (1)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{30}{1{,}50} = 20\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} = 0{,}30 \cdot 30^{(2/3)} = 2{,}90\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctk0,05} = 0{,}70 \cdot f_{ctm} = 0{,}70 \cdot 2{,}90 = 2{,}00\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctk,fl0,05} = \max\begin{Bmatrix} \left(1{,}6 - \dfrac{h}{1000}\right) \cdot f_{ctk0,05} \\ f_{ctk0,05} \end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} \left(1{,}6 - \dfrac{500}{1000}\right) \cdot 2{,}00 = 2{,}20\,\text{N/mm}^2 \\ 2{,}00\,\text{N/mm}^2 \end{Bmatrix} = 2{,}20\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,fl0,05}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{2{,}20}{1{,}50} = 1{,}47\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \frac{20}{1{,}75} \approx 11400\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000 / 11400 \approx 17{,}5$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (1)

- $$\Delta\varnothing_{min} = \max\left\{\begin{matrix} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 20 = 20\ \text{mm} \\ d_g + k_2 = 16 + 5 = 21\ \text{mm} \\ 20\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = 21\ \text{mm}$$ ☑

- $$\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n-1} = \frac{300 - (2 \cdot 30 + 2 \cdot 8 + 4 \cdot 20)}{4-1} = 48\ \text{mm} > \Delta\varnothing_{min} = 21\ \text{mm}$$ ☑

- $$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2}\right) = 500 - \left(30 + 8 + \frac{20}{2}\right) = 442\ \text{mm}$$ ☑

➡ $$A_I = b \cdot h + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} = 300 \cdot 500 + (17{,}5 - 1) \cdot 4 \cdot 314 = 0{,}170 \cdot 10^6\ \text{mm}^2$$ ☑

- $$S_x' = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot d = 300 \cdot 500 \cdot \frac{500}{2} + (17{,}5 - 1) \cdot 1256 \cdot 442 = 46{,}70 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$$ ☑

➡ $$x_I = \frac{S_x'}{A_I} = \frac{46{,}70 \cdot 10^6}{0{,}17 \cdot 10^6} = 275\ \text{mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (1)

➡ $$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - x_I \right)^2 + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2 =$$

$$= \frac{300 \cdot 500^3}{12} + 300 \cdot 500 \cdot \left(\frac{500}{2} - 275 \right)^2 + (17{,}5 - 1) \cdot 1256 \cdot (442 - 275)^2 = 3{,}80 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$ ☑

➡ $$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = 1{,}47 \cdot \frac{3{,}80 \cdot 10^9}{500 - 275} = 24{,}80 \text{ kNm}$$ ☑

➡ $$\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I = \frac{24{,}80 \cdot 10^6}{3{,}80 \cdot 10^9} \cdot 275 = 1{,}79 \text{ N/mm}^2$$ ☑

➡ $$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{1{,}79}{11400} = 0{,}157 ‰$$ ☑

➡ $$\sigma_{s,I} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - x_I) = 17{,}50 \cdot \frac{24{,}80 \cdot 10^6}{3{,}80 \cdot 10^9} \cdot (442 - 275) = 19{,}10 \text{ N/mm}^2$$ ☑

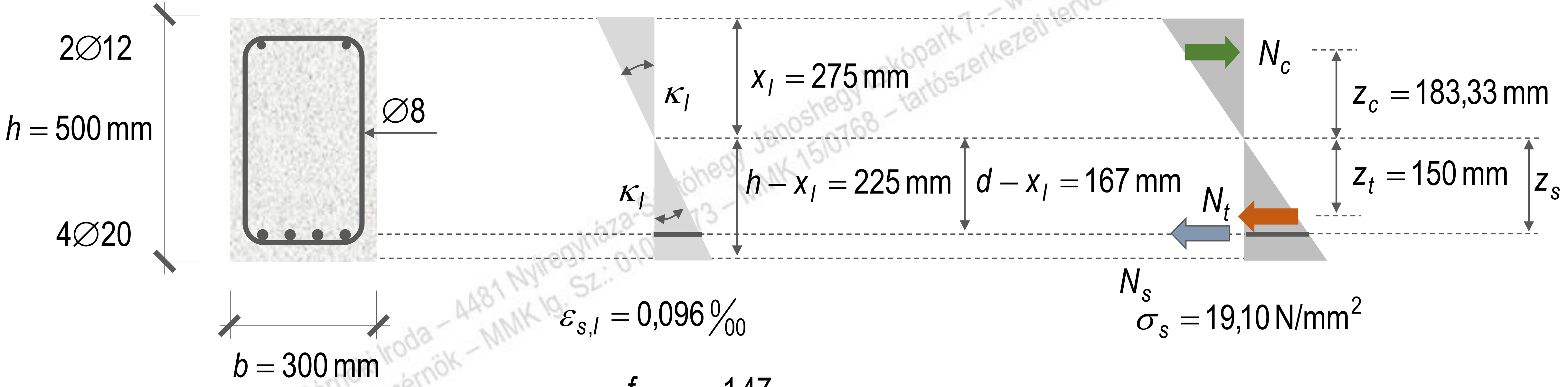
➡ $$\varepsilon_{s,I} = \frac{\sigma_{s,I}}{E_s} = \frac{19{,}10}{200000} = 0{,}096 ‰$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (1)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$\varepsilon_{c,I} = 0{,}157\,‰$

$\sigma_c = 1{,}79\ \mathrm{N/mm^2}$



$\varepsilon_{s,I} = 0{,}096\,‰$

$\sigma_s = 19{,}10\ \mathrm{N/mm^2}$

$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}157}{275} = 0{,}57 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{1/mm}$$

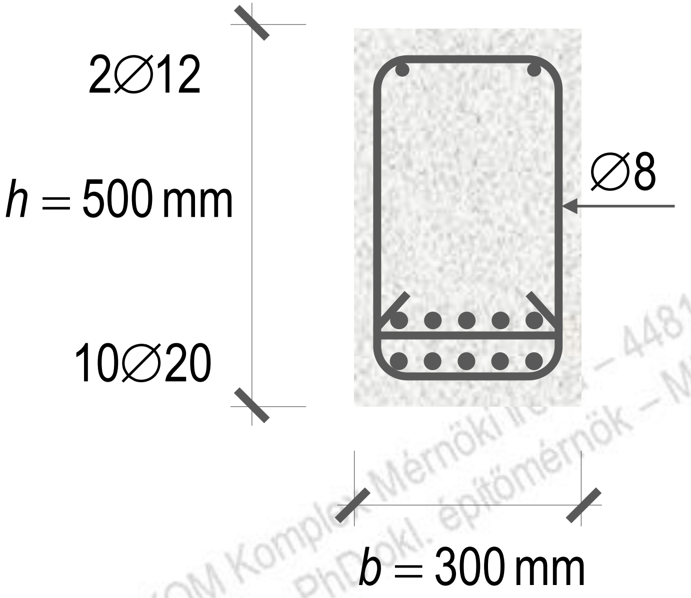
$$\varepsilon_t = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \frac{1{,}47}{11400} = 0{,}129\,‰$$

$$\sigma_t = f_{ctd} = 1{,}47\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$M_I = M_{crack} = 24{,}80\ \mathrm{kNm}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (2)

Határozzuk meg az előző feladatban (1) vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) repesztőnyomatékát tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a húzott fővasalást most két sorban elhelyezett **10Ø20** acélbetéttel alakítjuk ki! Minden további geometriai és anyagjellemző változatlan. A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: d_g **= 16 mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: ***b* = 300 mm**
- Magasság: ***h* = 500 mm**
- Betonfedés: C_{nom} **= 30 mm**
- Húzott fővasalás: $A_{s,prov}$ **= 10Ø20 (3140 mm²)**
- Nyomott oldali szerelő: $A_{s',prov}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (2)

- $$\Delta\varnothing = \frac{b-\left(2\cdot C_{nom}+2\cdot\varnothing_s+n\cdot\varnothing\right)}{n-1} = \frac{300-\left(2\cdot 30+2\cdot 8+5\cdot 20\right)}{5-1} = 31\,\text{mm} > \Delta\varnothing_{\text{min}} = 21\,\text{mm}$$ ☑

- $$d = h-\left(C_{nom}+\varnothing_s+\varnothing+\frac{\varnothing}{2}\right) = 500-\left(30+8+20+\frac{20}{2}\right) = 432\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$A_I = b\cdot h+(\alpha-1)\cdot A_{s,prov} = 300\cdot 500+(17{,}5-1)\cdot 10\cdot 314 = 0{,}202\cdot 10^6\ \text{mm}^2$$ ☑

- $$S_x^{'} = b\cdot h\cdot\frac{h}{2}+(\alpha-1)\cdot A_{s,prov}\cdot d = 300\cdot 500\cdot\frac{500}{2}+(17{,}5-1)\cdot 3140\cdot 432 = 59{,}90\cdot 10^6\ \text{mm}^3$$ ☑

➡ $$x_I = \frac{S_x^{'}}{A_I} = \frac{59{,}90\cdot 10^6}{0{,}202\cdot 10^6} = 296\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$I_I = \frac{b\cdot h^3}{12}+b\cdot h\cdot\left(\frac{h}{2}-x_I\right)^2+(\alpha-1)\cdot A_{s,prov}\cdot(d-x_I)^2 =$$

$$= \frac{300\cdot 500^3}{12}+300\cdot 500\cdot\left(\frac{500}{2}-296\right)^2+(17{,}5-1)\cdot 3140\cdot(432-296)^2 = 4{,}40\cdot 10^9\ \text{mm}^4$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (2)

$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = 1{,}47 \cdot \frac{4{,}40 \cdot 10^9}{500 - 296} = 31{,}70\ \mathrm{kNm}$$ ☑

$$\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I = \frac{31{,}70 \cdot 10^6}{4{,}40 \cdot 10^9} \cdot 296 = 2{,}13\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑

$$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{2{,}13}{11400} = 0{,}187\ ‰$$ ☑

$$\sigma_{s,I,1sor} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d + \varnothing - x_I) = 17{,}50 \cdot \frac{31{,}70 \cdot 10^6}{4{,}40 \cdot 10^9} \cdot (432 + 20 - 296) = 19{,}70\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑

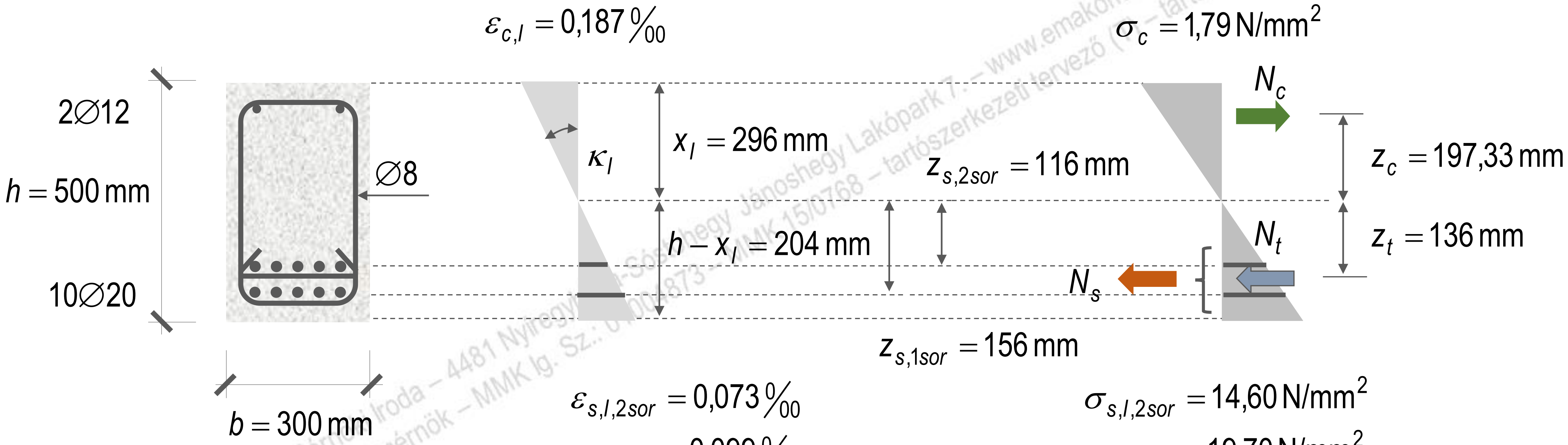
$$\varepsilon_{s,I,1sor} = \frac{\sigma_{s,I,1sor}}{E_s} = \frac{19{,}70}{200000} = 0{,}099\ ‰$$ ☑

$$\sigma_{s,I,2sor} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - \varnothing - x_I) = 17{,}50 \cdot \frac{31{,}70 \cdot 10^6}{4{,}40 \cdot 10^9} \cdot (432 - 20 - 296) = 14{,}60\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑

$$\varepsilon_{s,I,1sor} = \frac{\sigma_{s,I,1sor}}{E_s} = \frac{14{,}60}{200000} = 0{,}073\ ‰$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (2)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ



$\varepsilon_{s,I,2sor} = 0{,}073\,‰$

$\varepsilon_{s,I,1sor} = 0{,}099\,‰$

$\sigma_{s,I,2sor} = 14{,}60\ \mathrm{N/mm^2}$

$\sigma_{s,I,1sor} = 19{,}70\ \mathrm{N/mm^2}$

$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}000187}{296} = 0{,}632 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\mathrm{mm}}$$

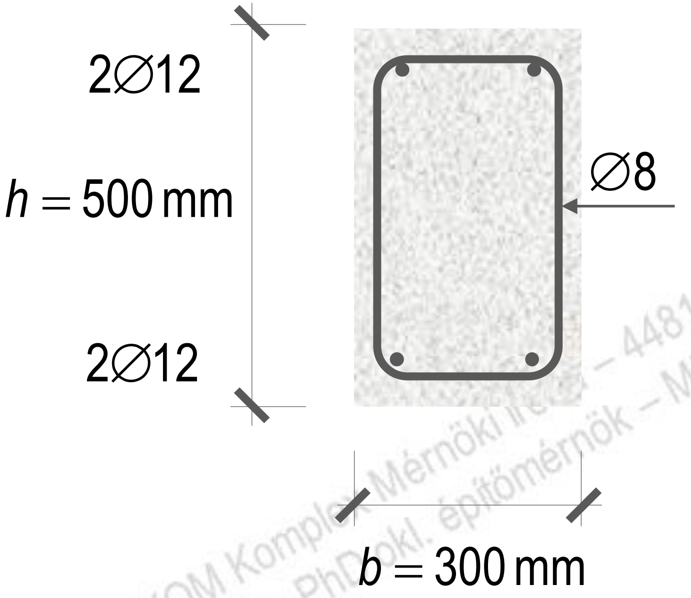
$$\varepsilon_t = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \frac{1{,}47}{11400} = 0{,}129\,‰$$

$$\sigma_t = f_{ctd} = 1{,}47\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$M_I = M_{crack} = 31{,}70\ \mathrm{kNm}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (3)

Határozzuk meg az előző feladatokban (1) (2) vázolt vasbeton négyszög keresztmetszet (***h* = 500 mm, *b* = 300 mm**) repesztőnyomatékát tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a húzott fővasalást **2Ø12** acélbetéttel alakítjuk ki! Minden további geometriai és anyagjellemző változatlan. A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C30/37**
- Adalékanyag: $\boldsymbol{d_g = 16}$ **mm**
- Betonacél: **B500A**
- Szélesség: $\boldsymbol{b = 300}$ **mm**
- Magasság: $\boldsymbol{h = 500}$ **mm**
- Betonfedés: $\boldsymbol{C_{nom} = 30}$ **mm**
- Húzott fővasalás: $\boldsymbol{A_{s,prov}}$ **= 2Ø12 (226 mm²)**
- Nyomott oldali szerelő: $\boldsymbol{A_{s',prov}}$ **= 2Ø12 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø8**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (3)

- $$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right) = 500 - \left(30 + 8 + \frac{12}{2} \right) = 456\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$A_I = b \cdot h + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} = 300 \cdot 500 + (17{,}5 - 1) \cdot 2 \cdot 113 = 0{,}154 \cdot 10^6\ \text{mm}^2$$ ☑

- $$S_x^{'} = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot d = 300 \cdot 500 \cdot \frac{500}{2} + (17{,}5 - 1) \cdot 226 \cdot 456 = 39{,}20 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$$ ☑

➡ $$x_I = \frac{S_x^{'}}{A_I} = \frac{39{,}20 \cdot 10^6}{0{,}154 \cdot 10^6} = 255\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - x_I \right)^2 + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2 =$$

$$= \frac{300 \cdot 500^3}{12} + 300 \cdot 500 \cdot \left(\frac{500}{2} - 255 \right)^2 + (17{,}5 - 1) \cdot 226 \cdot (456 - 255)^2 = 3{,}28 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (3)

$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = 1{,}47 \cdot \frac{3{,}28 \cdot 10^9}{500 - 255} = 19{,}70\ \text{kNm}$$ ☑

$$\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I = \frac{19{,}70 \cdot 10^6}{3{,}28 \cdot 10^9} \cdot 255 = 1{,}53\ \text{N/mm}^2$$ ☑

$$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{1{,}53}{11400} = 0{,}134\ ‰$$ ☑

$$\sigma_{s,I} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - x_I) = 17{,}50 \cdot \frac{19{,}70 \cdot 10^6}{3{,}28 \cdot 10^9} \cdot (456 - 255) = 21{,}10\ \text{N/mm}^2$$ ☑

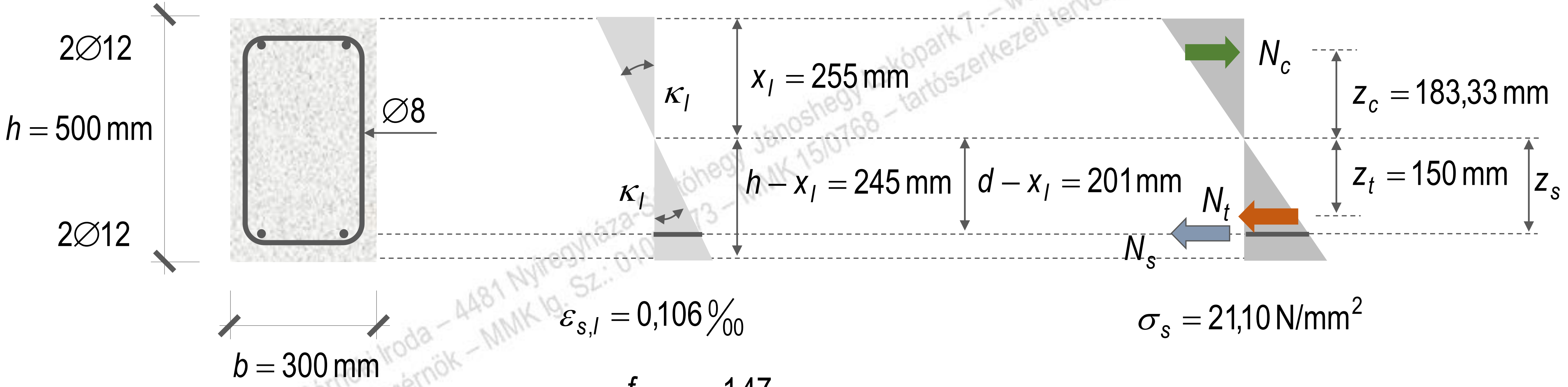
$$\varepsilon_{s,I} = \frac{\sigma_{s,I}}{E_s} = \frac{21{,}10}{200000} = 0{,}106\ ‰$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (3)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ

$\varepsilon_{c,I} = 0{,}134\ ‰$

$\sigma_c = 1{,}53\ \text{N/mm}^2$



$\varepsilon_{s,I} = 0{,}106\ ‰$

$\sigma_s = 21{,}10\ \text{N/mm}^2$

$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}134}{255} = 0{,}525 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/_{\text{mm}}$$

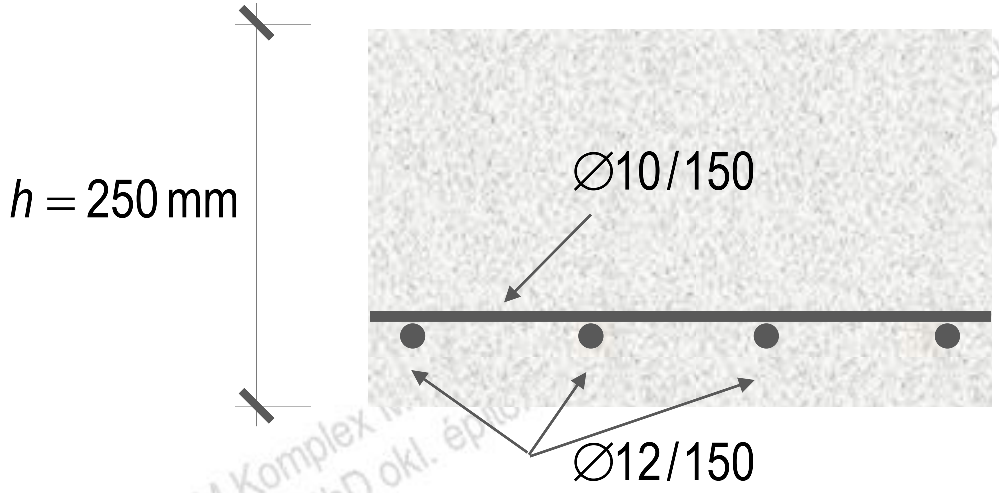
$$\varepsilon_t = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \frac{1{,}47}{11400} = 0{,}129\ ‰$$

$$\sigma_t = f_{ctd} = 1{,}47\ \text{N/mm}^2$$

$$M_I = M_{crack} = 19{,}70\ \text{kNm}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (4)

Határozzuk meg a vázolt vasbeton lemez (***v* = 250 mm**) repesztőnyomatékát tartós és ideiglenes tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C25/30**, a betonfedés névleges értéke C_{nom} **= 25 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_g **= 24 mm**, a főirányú húzott fővasalást **Ø12/150,** az elosztó irányú vasalást pedig **Ø10/150, B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C25/30**
- Adalékanyag: d_g **= 24 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Lemezvastagság: ***h* = 250 mm**
- Betonfedés: C_{nom} **= 25 mm**
- Húzott fővasalás: $a_{s,prov}$ **= Ø12/150 (754 mm²)**
- Elosztó vasalás: $a_{s,prov,trans}$ **= Ø10/150**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (4)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{25}{1{,}50} = 16{,}66\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} = 0{,}30 \cdot 25^{(2/3)} = 2{,}56\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctk0{,}05} = 0{,}70 \cdot f_{ctm} = 0{,}70 \cdot 2{,}56 = 1{,}79\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctk,fl0{,}05} = \max\left\{\begin{matrix} \left(1{,}6 - \dfrac{h}{1000}\right) \cdot f_{ctk0{,}05} \\ f_{ctk0{,}05} \end{matrix}\right\} = \max\left\{\begin{matrix} \left(1{,}6 - \dfrac{250}{1000}\right) \cdot 1{,}79 = 2{,}42\ \mathrm{N/mm^2} \\ 1{,}79\ \mathrm{N/mm^2} \end{matrix}\right\} = 2{,}42\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,fl0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{2{,}42}{1{,}50} = 1{,}61\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\ ‰} = \frac{16{,}66}{1{,}75} \approx 9500\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/9500 \approx 21$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (4)

- $d = h - \left(C_{nom} + \frac{\varnothing}{2}\right) = 250 - \left(25 + \frac{12}{2}\right) = 219\,\text{mm}$ ☑

➡ $a_I = b \cdot h + (\alpha - 1) \cdot a_{s,prov} = 1000 \cdot 250 + (21 - 1) \cdot 754 = 0{,}265 \cdot 10^6\ \text{mm}^2/\text{m}$ ☑

- $s_x^{'} = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (\alpha - 1) \cdot a_{s,prov} \cdot d = 1000 \cdot 250 \cdot \frac{250}{2} + (21 - 1) \cdot 754 \cdot 219 = 34{,}55 \cdot 10^6\ \text{mm}^3/\text{m}$ ☑

➡ $x_I = \frac{s_x^{'}}{a_I} = \frac{34{,}55 \cdot 10^6}{0{,}265 \cdot 10^6} = 130\,\text{mm}$ ☑

➡ $i_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - x_I\right)^2 + (\alpha - 1) \cdot a_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2 =$

$= \frac{1000 \cdot 250^3}{12} + 1000 \cdot 250 \cdot \left(\frac{250}{2} - 130\right)^2 + (21 - 1) \cdot 754 \cdot (219 - 130)^2 = 1{,}43 \cdot 10^9\ \text{mm}^4/\text{m}$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (4)

- $$m_I = m_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{i_I}{h - x_I} = 1{,}61 \cdot \frac{1{,}43 \cdot 10^9}{250 - 130} = 7{,}40\ \mathrm{kNm/m}$$

- $$\sigma_{c,I} = \frac{m_{crack}}{i_I} \cdot x_I = \frac{7{,}40 \cdot 10^6}{1{,}43 \cdot 10^9} \cdot 130 = 0{,}67\ \mathrm{N/mm^2}$$

- $$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{0{,}67}{9500} = 0{,}071\,{}^0\!/_{00}$$

- $$\sigma_{s,I} = \alpha \cdot \frac{m_{crack}}{i_I} \cdot \left(d - x_I\right) = 21 \cdot \frac{7{,}40 \cdot 10^6}{1{,}43 \cdot 10^9} \cdot \left(219 - 130\right) = 9{,}67\ \mathrm{N/mm^2}$$

- $$\varepsilon_{s,I} = \frac{\sigma_{s,I}}{E_s} = \frac{9{,}67}{200000} = 0{,}048\,{}^0\!/_{00}$$

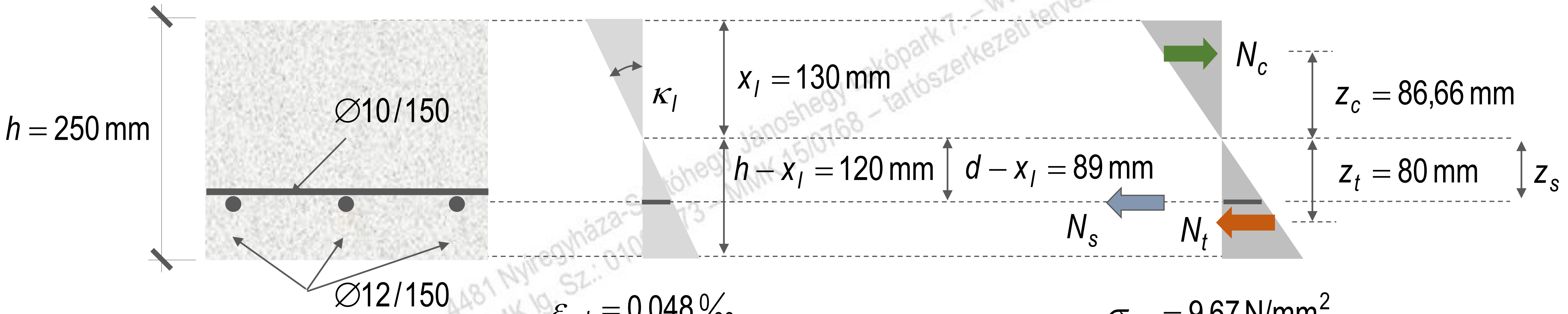
- $$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}071}{130} = 0{,}546 \cdot 10^{-6}\ {}^1\!/_{\mathrm{mm}}$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (4)

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ

$\varepsilon_{c,I} = 0{,}071\,‰$

$\sigma_{c,I} = 0{,}67\ \mathrm{N/mm^2}$



$\varepsilon_{s,I} = 0{,}048\,‰$

$\sigma_{s,I} = 9{,}67\ \mathrm{N/mm^2}$

$m_I = m_{crack} = 7{,}40\ \mathrm{kNm/m}$

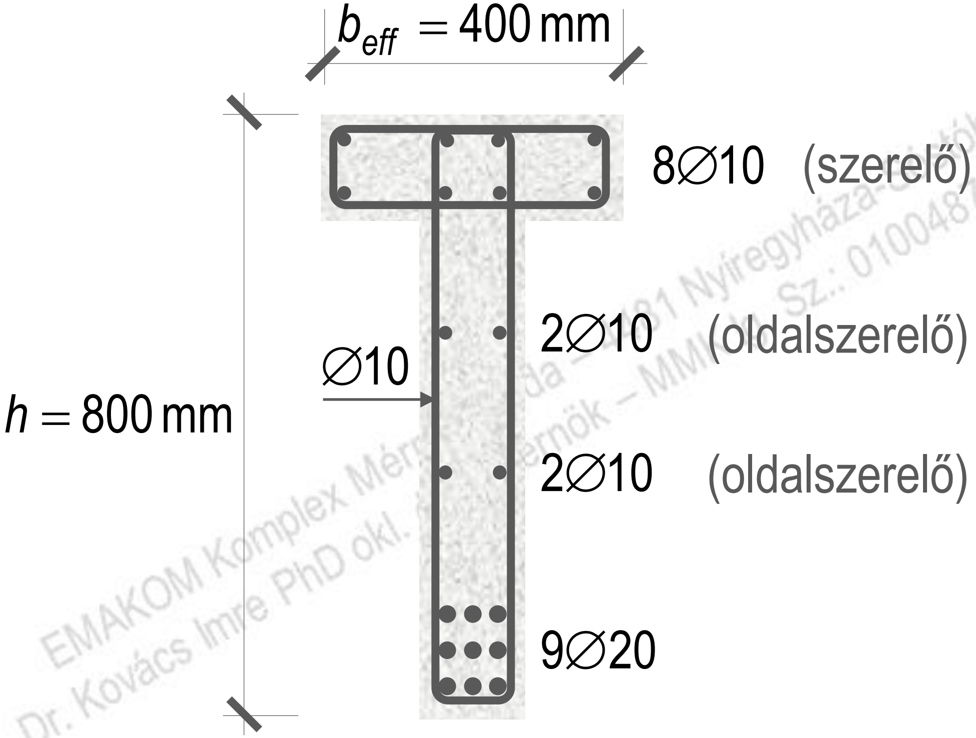
$\varepsilon_t = \dfrac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \dfrac{1{,}61}{9500} = 0{,}169\,‰$

$\sigma_t = f_{ctd} = 1{,}47\ \mathrm{N/mm^2}$

$\kappa_I = 0{,}546 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{1/mm}$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

Határozzuk meg a vázolt előre gyártott vasbeton ”T” keresztmetszet (***h* = 800 mm, *b_{eff}* = 400 mm, *b_w* = 160 mm, *v* = 160 mm**) repesztőnyomatékát rendkívüli tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C50/60**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke ***C_{nom}* = 20 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága ***d_g* = 8 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője **$Ø_s$ = 10 mm**, a húzott fővasalást **9Ø20,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasalást pedig **8Ø10, B500B** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C50/60**
- Adalékanyag: ***d_g* = 8 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Tartómagasság: ***h* = 800 mm**
- Fejlemez szélesség: ***b_{eff}* = 400 mm**
- Bordaszélesség: ***b_w* = 160 mm**
- Fejlemez vastagság: **v = 160 mm**
- Húzott fővasalás: **$A_{s,prov}$ = 9Ø20 (2826 mm^2)**
- Nyomott oldali szerelő: **$A_s'{}_{,prov}$ = 8Ø10 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø10**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{50}{1{,}20} = 41{,}66\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} = 0{,}30 \cdot 50^{(2/3)} = 4{,}10\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctk0{,}05} = 0{,}70 \cdot f_{ctm} = 0{,}70 \cdot 4{,}10 = 2{,}90\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$f_{ctk,fl0{,}05} = \max\left\{\begin{matrix} \left(1{,}6 - \frac{h}{1000}\right) \cdot f_{ctk0{,}05} \\ f_{ctk0{,}05} \end{matrix}\right\} = \max\left\{\begin{matrix} \left(1{,}6 - \frac{800}{1000}\right) \cdot 2{,}90 = 2{,}32\,\text{N/mm}^2 \\ 2{,}90\,\text{N/mm}^2 \end{matrix}\right\} = 2{,}90\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,fl0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{2{,}90}{1{,}20} = 2{,}42\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \frac{41{,}66}{1{,}75} \approx 23800\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}00} = 500\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000 / 23800 \approx 8{,}40$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

- $$\Delta\varnothing_{min} = \max\left\{\begin{matrix} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 20 = 20\,\text{mm} \\ d_g + k_2 = 8 + 5 = 13\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 20\,\text{mm}$$ ☑

- $$\Delta\varnothing = \frac{b_w - \left(2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing\right)}{n-1} = \frac{160 - \left(2 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 20\right)}{3-1} = 20\,\text{mm} = \Delta\varnothing_{min} = 20\,\text{mm}$$ ☑

- $$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing + \Delta_{sor} + \frac{\varnothing}{2}\right) = 800 - \left(20 + 10 + 20 + 20 + \frac{20}{2}\right) = 720\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$A_I = b_w \cdot (h - v) + b_{eff} \cdot v + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} = 160 \cdot (800 - 160) + 400 \cdot 160 + (8{,}40 - 1) \cdot 2826 = 0{,}187 \cdot 10^6\ \text{mm}^2$$ ☑

- $$S_x' = b_{eff} \cdot v \cdot \frac{v}{2} + b_w \cdot (h - v) \cdot \left(v + \frac{h-v}{2}\right) + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot d$$ ☑
$$= 400 \cdot 160 \cdot \frac{160}{2} + 160 \cdot (800 - 160) \cdot \left(160 + \frac{800-160}{2}\right) + (8{,}40 - 1) \cdot 2826 \cdot 720 = 69{,}30 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$$

➡ $$x_I = \frac{S_x'}{A_I} = \frac{69{,}30 \cdot 10^6}{0{,}187 \cdot 10^6} = 370\,\text{mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

$$I_I = \frac{b_{eff} \cdot v^3}{12} + b_{eff} \cdot v \cdot \left(\frac{v}{2} - x_I\right)^2 + \frac{(h-v)^3 \cdot b_w}{12} + (h-v) \cdot b_w \cdot \left(v + \frac{h-v}{2} - x_I\right)^2 + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2 =$$

$$= \frac{400 \cdot 160^3}{12} + 400 \cdot 160 \cdot \left(\frac{160}{2} - 370\right)^2 +$$

$$+ \frac{(800-160)^3 \cdot 160}{12} + (800-160) \cdot 160 \cdot \left(160 + \frac{800-160}{2} - 370\right)^2 +$$

$$+ (8{,}40 - 1) \cdot 2826 \cdot (720 - 370)^2 = 12{,}80 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

☑

$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = 2{,}42 \cdot \frac{12{,}80 \cdot 10^9}{800 - 370} = 72 \text{ kNm}$$

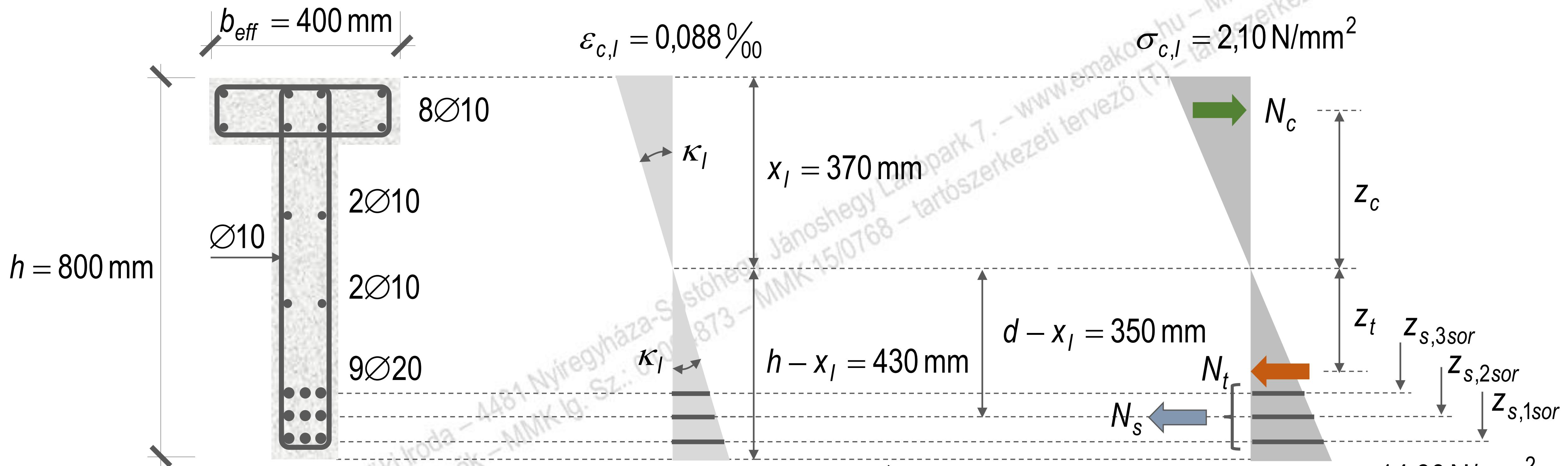
☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

- $$\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I = \frac{72 \cdot 10^6}{12{,}80 \cdot 10^9} \cdot 370 = 2{,}10\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{2{,}10}{23800} = 0{,}088\,‰$$ ☑
- $$\sigma_{s,I} = \sigma_{s,I,2sor} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - x_I) = 8{,}40 \cdot \frac{72 \cdot 10^6}{12{,}80 \cdot 10^9} \cdot (720 - 370) = 16{,}50\,\text{N/mm}^2$$ ☑
- $$\varepsilon_{s,I} = \varepsilon_{s,I,2sor} = \frac{\sigma_{s,I}}{E_s} = \frac{16{,}50}{200000} = 0{,}083\,‰$$ ☑
  - $$\sigma_{s,I,1sor} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d + \varnothing + \Delta_{sor} - x_I) = 8{,}40 \cdot \frac{72 \cdot 10^6}{12{,}80 \cdot 10^9} \cdot (720 + 40 - 370) = 18{,}40\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$\varepsilon_{s,I,1sor} = \frac{\sigma_{s,I,1sor}}{E_s} = \frac{18{,}40}{200000} = 0{,}092\,‰$$ ☑
  - $$\sigma_{s,I,3sor} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - \varnothing - \Delta_{sor} - x_I) = 8{,}40 \cdot \frac{72 \cdot 10^6}{12{,}80 \cdot 10^9} \cdot (720 - 40 - 370) = 14{,}60\,\text{N/mm}^2$$ ☑
  - $$\varepsilon_{s,I,3sor} = \frac{\sigma_{s,I,3sor}}{E_s} = \frac{14{,}60}{200000} = 0{,}073\,‰$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (5)

Geometria | Megnyúlás, ε | Feszültség, σ



$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}088}{370} = 0{,}239 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\text{mm}}$$

$$M_I = M_{crack} = 72\,\text{kNm}$$

$$\varepsilon_{s,I,3sor} = 0{,}073\,‰$$

$$\varepsilon_{s,I,2sor} = 0{,}083\,‰$$

$$\varepsilon_{s,I,1sor} = 0{,}092\,‰$$

$$\varepsilon_t = f_{ctd} / E_{cd} = 2{,}42 / 23800 = 0{,}102\,‰$$

$$\sigma_{s,I,3sor} = 14{,}60\,\text{N/mm}^2$$

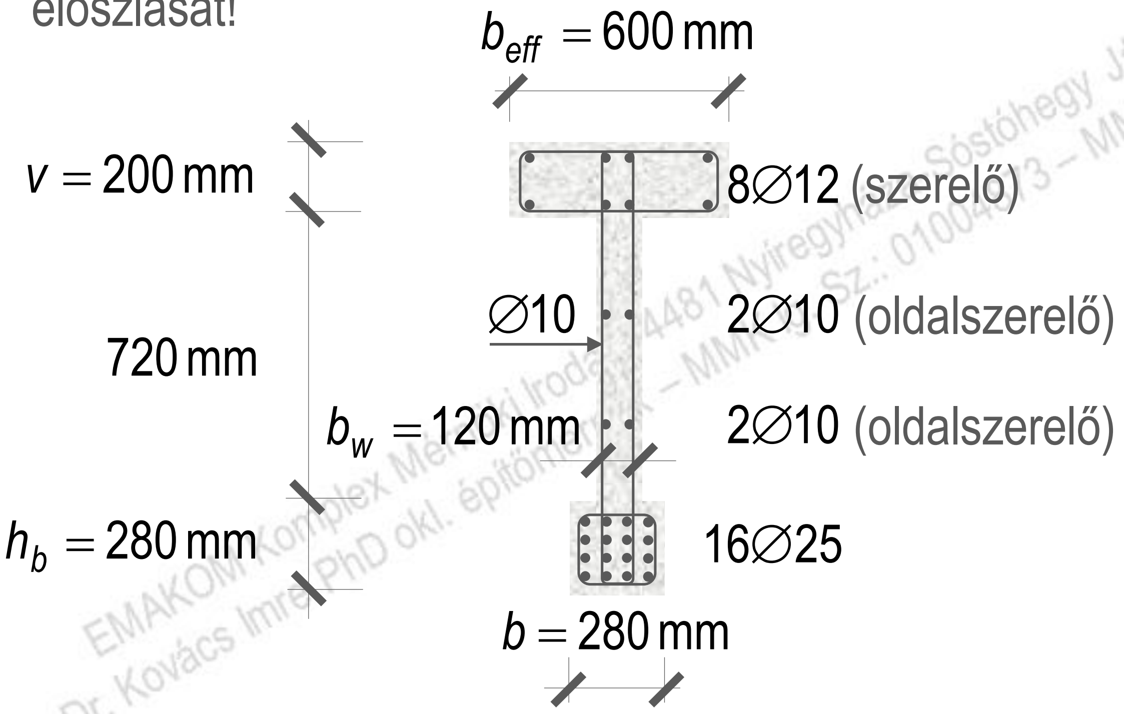
$$\sigma_{s,I,2sor} = 16{,}50\,\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{s,I,3sor} = 18{,}40\,\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_t = f_{ctd} = 1{,}47\,\text{N/mm}^2$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

Határozzuk meg a vázolt előre gyártott vasbeton "I" keresztmetszet (***h* = 1200 mm, b_{eff} = 600 mm, b_w = 120 mm, *v* = 200 mm, *b* = 280 mm, h_b = 280 mm**) repesztőnyomatékát szeizmikus tervezési helyzetben, ha a beton szilárdsági osztálya **C40/50**, a kengyelen értelmezett betonfedés névleges értéke **C_{nom} = 20 mm**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága **d_g = 8 mm**, az alkalmazott kengyel átmérője **$Ø_s$ = 10 mm**, a húzott fővasalást **16Ø25,** a nyomott oldali – szerelő jellegű – vasalást pedig **8Ø12, B500B** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki! A keresztmetszet magassága mentén vázoljuk a keresztmetszet berepedésének pillanatában kialakuló fajlagos alakváltozások és feszültségek eloszlását!



- Beton: **C40/50**
- Adalékanyag: **d_g = 8 mm**
- Betonacél: **B500B**
- Tartómagasság: ***h* = 1200 mm**
- Fejlemez szélesség: **b_{eff} = 600 mm**
- Bordaszélesség: **b_w = 120 mm**
- Fejlemez vastagság: ***v* = 200 mm**
- Alsó öv szélessége: ***b* = 280 mm**
- Alsó öv magassága: **h_b = 280 mm**
- Húzott fővasalás: **$A_{s,prov}$ = 16Ø25 (7856 mm^2)**
- Nyomott oldali szerelő: **$A_s{}'_{,prov}$ = 8Ø10 (szerelő)**
- Kengyel: **Ø10**

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

- $$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{40}{1{,}20} = 33{,}33\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} = 0{,}30 \cdot 40^{(2/3)} = 3{,}50\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctk\,0{,}05} = 0{,}70 \cdot f_{ctm} = 0{,}70 \cdot 3{,}50 = 2{,}45\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
  - $$f_{ctk,fl\,0{,}05} = \max\left\{\begin{matrix}\left(1{,}6 - \frac{h}{1000}\right) \cdot f_{ctk\,0{,}05} \\ f_{ctk\,0{,}05}\end{matrix}\right\} = \max\left\{\begin{matrix}\left(1{,}6 - \frac{1200}{1000}\right) \cdot 2{,}45 = 0{,}98\,\mathrm{N/mm^2} \\ 2{,}45\,\mathrm{N/mm^2}\end{matrix}\right\} = 2{,}45\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,fl\,0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}00 \cdot \frac{2{,}45}{1{,}20} = 2{,}00\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{1{,}75\,‰} = \frac{33{,}33}{1{,}75} \approx 19000\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}00} = 500\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\alpha = E_s / E_{cd} = 200000/19000 \approx 10{,}50$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

- $$\Delta\varnothing_{min} = \max\left\{\begin{matrix} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 25 = 25\,\text{mm} \\ d_g + k_2 = 8 + 5 = 13\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 25\,\text{mm}$$ ☑
- $$\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n-1} = \frac{280 - (2 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 25)}{4-1} = 40\,\text{mm} > \Delta\varnothing_{min} = 25\,\text{mm}$$ ☑
- $$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing + \Delta_{sor} + \varnothing + \frac{\Delta_{sor}}{2}\right) = 1200 - \left(20 + 10 + 20 + 40 + 20 + \frac{40}{2}\right) = 1070\,\text{mm}$$ ☑

➡ $$A_I = b \cdot h_b + b_{eff} \cdot v + b_w \cdot (h - v - h_b) + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} =$$ ☑

$$= 280 \cdot 280 + 600 \cdot 200 + 120 \cdot (1200 - 200 - 280) + (10{,}50 - 1) \cdot 7856 = 0{,}359 \cdot 10^6\ \text{mm}^2$$

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

- $$S_x' = b_{eff} \cdot v \cdot \frac{v}{2} + (b \cdot h_b) \cdot \left(h - \frac{h_b}{2} \right) + b_w \cdot (h - v - h_b) \cdot \left(v + \frac{h - v - h_b}{2} \right) + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot d =$$

$$= 600 \cdot 200 \cdot \frac{200}{2} + (280 \cdot 280) \cdot \left(1200 - \frac{280}{2} \right) + 120 \cdot (1200 - 200 - 280) \cdot \left(200 + \frac{1200 - 200 - 280}{2} \right) +$$

$$+ (10{,}5 - 1) \cdot 7856 \cdot 1070 = 0{,}223 \cdot 10^9 \text{ mm}^3$$ ☑

➡ $$x_I = \frac{S_x'}{A_I} = \frac{0{,}223 \cdot 10^9}{0{,}359 \cdot 10^6} = 621 \text{mm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

$$I_I = \frac{b_{eff} \cdot v^3}{12} + b_{eff} \cdot v \cdot \left(\frac{v}{2} - x_I\right)^2 + \frac{{h_b}^3 \cdot b}{12} + b \cdot h_b \cdot \left(h - \frac{h_b}{2} - x_I\right)^2$$

$$\frac{(h - v - h_b)^3 \cdot b_w}{12} + (h - v - h_b) \cdot b_w \cdot \left(v + \frac{h - v - h_b}{2} - x_I\right)^2 + (\alpha - 1) \cdot A_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2 =$$

$$= \frac{600 \cdot 200^3}{12} + 600 \cdot 200 \cdot \left(\frac{200}{2} - 621\right)^2 + \frac{280^3 \cdot 280}{12} + 280 \cdot 280 \cdot \left(1200 - \frac{280}{2} - 621\right)^2 +$$

$$+ \frac{(1200 - 200 - 280)^3 \cdot 120}{12} + (1200 - 200 - 280) \cdot 120 \cdot \left(200 + \frac{1200 - 200 - 280}{2} - 621\right)^2 +$$

$$+ (10{,}5 - 1) \cdot 7856 \cdot (1070 - 621)^2 = 52{,}60 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$ ☑

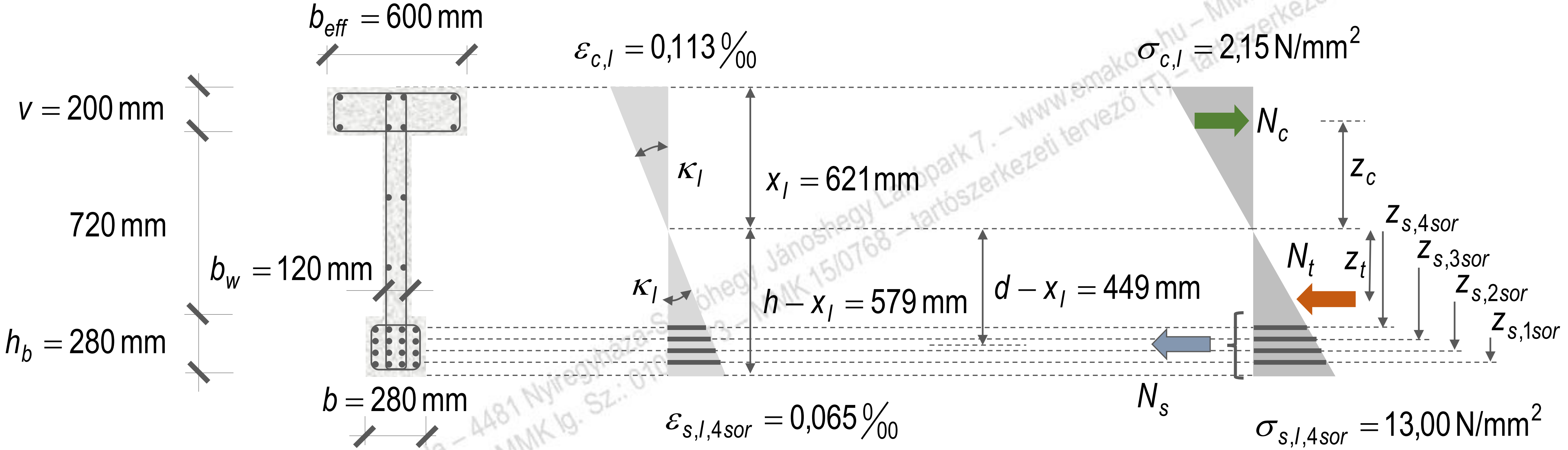
$$M_I = M_{crack} = f_{ctd} \cdot \frac{I_I}{h - x_I} = 2{,}00 \cdot \frac{52{,}60 \cdot 10^9}{1200 - 621} = 182\,\text{kNm}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

- $$\sigma_{c,I} = \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot x_I = \frac{182 \cdot 10^6}{52{,}60 \cdot 10^9} \cdot 621 = 2{,}15\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\varepsilon_{c,I} = \frac{\sigma_{c,I}}{E_{cd}} = \frac{2{,}15}{19000} = 0{,}113\,‰$$ ☑
- $$\sigma_{s,I} = \alpha \cdot \frac{M_{crack}}{I_I} \cdot (d - x_I) = 10{,}50 \cdot \frac{182 \cdot 10^6}{52{,}60 \cdot 10^9} \cdot (1070 - 621) = 16{,}30\,\mathrm{N/mm^2}$$ ☑
- $$\varepsilon_{s,I} = \frac{\sigma_{s,I}}{E_s} = \frac{16{,}31}{200000} = 0{,}082\,‰$$ ☑
- $$\left\{\begin{array}{ll} \sigma_{s,I,4sor} = 13{,}00\,\mathrm{N/mm^2} & \varepsilon_{s,I,4sor} = 0{,}065\,‰ \\ \sigma_{s,I,3sor} = 15{,}20\,\mathrm{N/mm^2} & \varepsilon_{s,I,3sor} = 0{,}076\,‰ \\ \sigma_{s,I,2sor} = 17{,}40\,\mathrm{N/mm^2} & \varepsilon_{s,I,2sor} = 0{,}087\,‰ \\ \sigma_{s,I,1sor} = 19{,}60\,\mathrm{N/mm^2} & \varepsilon_{s,I,1sor} = 0{,}098\,‰ \end{array}\right\}$$ ☑

Példa vasbeton keresztmetszet vizsgálatára az I. feszültségi állapotban (6)

Geometria	Megnyúlás, ε	Feszültség, σ



$\varepsilon_{s,I,4sor} = 0{,}065\,‰$ $\quad\sigma_{s,I,4sor} = 13{,}00\,\text{N/mm}^2$

$\varepsilon_{s,I,3sor} = 0{,}076\,‰$ $\quad\sigma_{s,I,3sor} = 15{,}20\,\text{N/mm}^2$

$\varepsilon_{s,I,1sor} = 0{,}087\,‰$ $\quad\sigma_{s,I,2sor} = 17{,}40\,\text{N/mm}^2$

$\varepsilon_{s,I,1sor} = 0{,}098\,‰$ $\quad\sigma_{s,I,1sor} = 19{,}60\,\text{N/mm}^2$

$\varepsilon_t = f_{ctd} / E_{cd} = 2{,}00 / 19000 = 0{,}105\,‰$ $\quad\sigma_t = f_{ctd} = 2{,}00\,\text{N/mm}^2$

$$\kappa_I = \frac{\varepsilon_{c,I}}{x_I} = \frac{0{,}113}{621} = 0{,}182 \cdot 10^{-6}\ {}^{1}\!/\!_{\text{mm}}$$

$$M_I = M_{crack} = 182\,\text{kNm}$$

Vasbetonszerkezetek

13. Témakör

Hajlított vasbeton keresztmetszet a repedésmentes I. feszültségi állapotban

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó

EMAKOM
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA
info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu

Köszönöm a figyelmet!