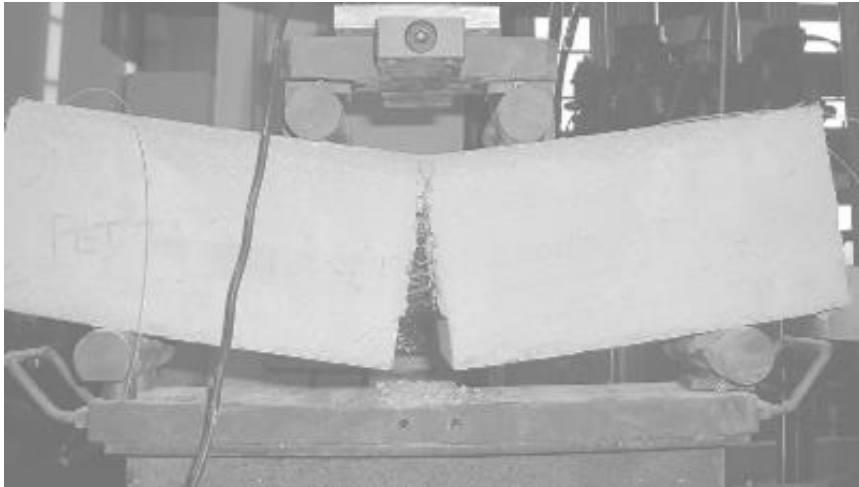


Vasbetonszerkezetek

5. Témakör A szerkezeti beton alakváltozási jellemzői



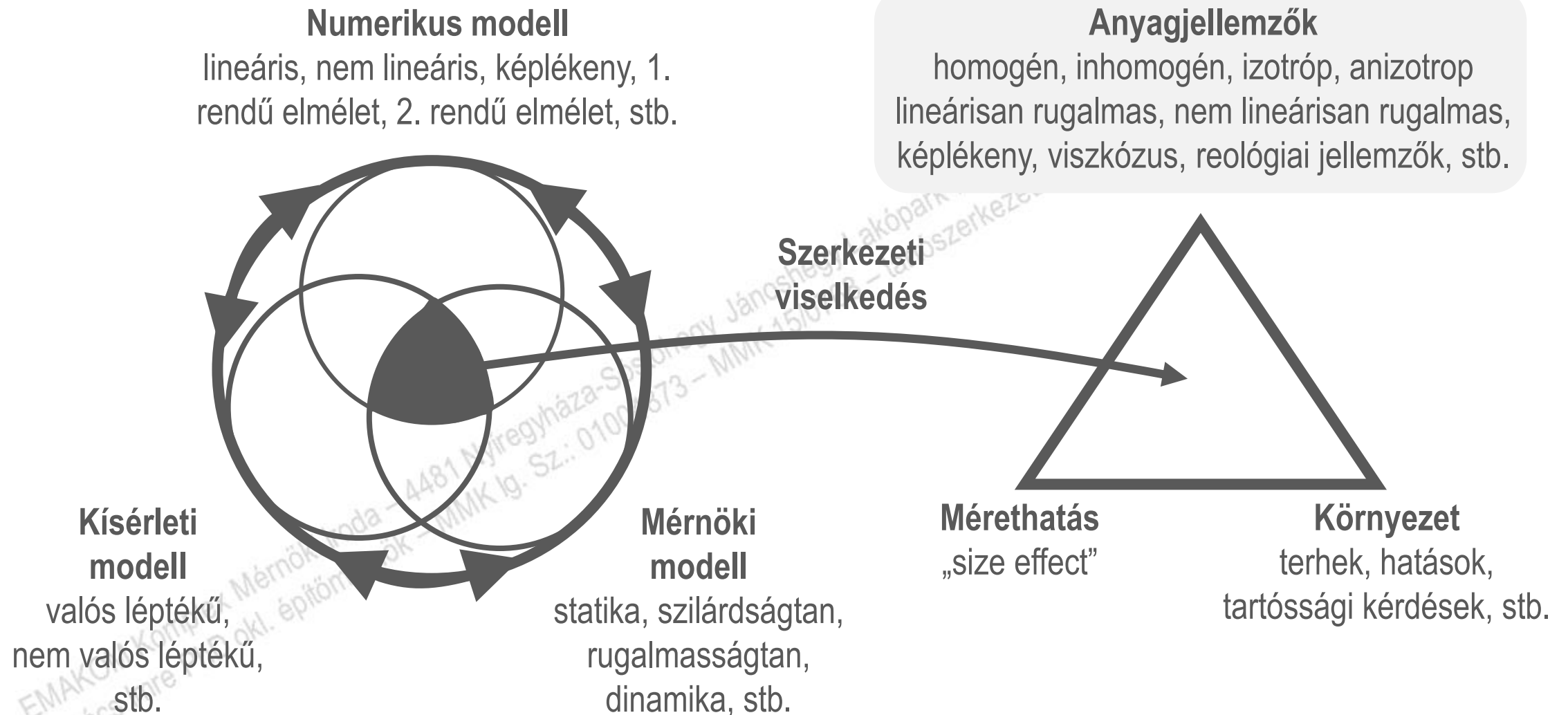
Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó



EMAKOM
KOMPLEX MÉRNÖKI IRODA

info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu

Vasbeton szerkezetek viselkedésének modellezése



A beton fajlagos alakváltozásai – *fib* Bulletin 42

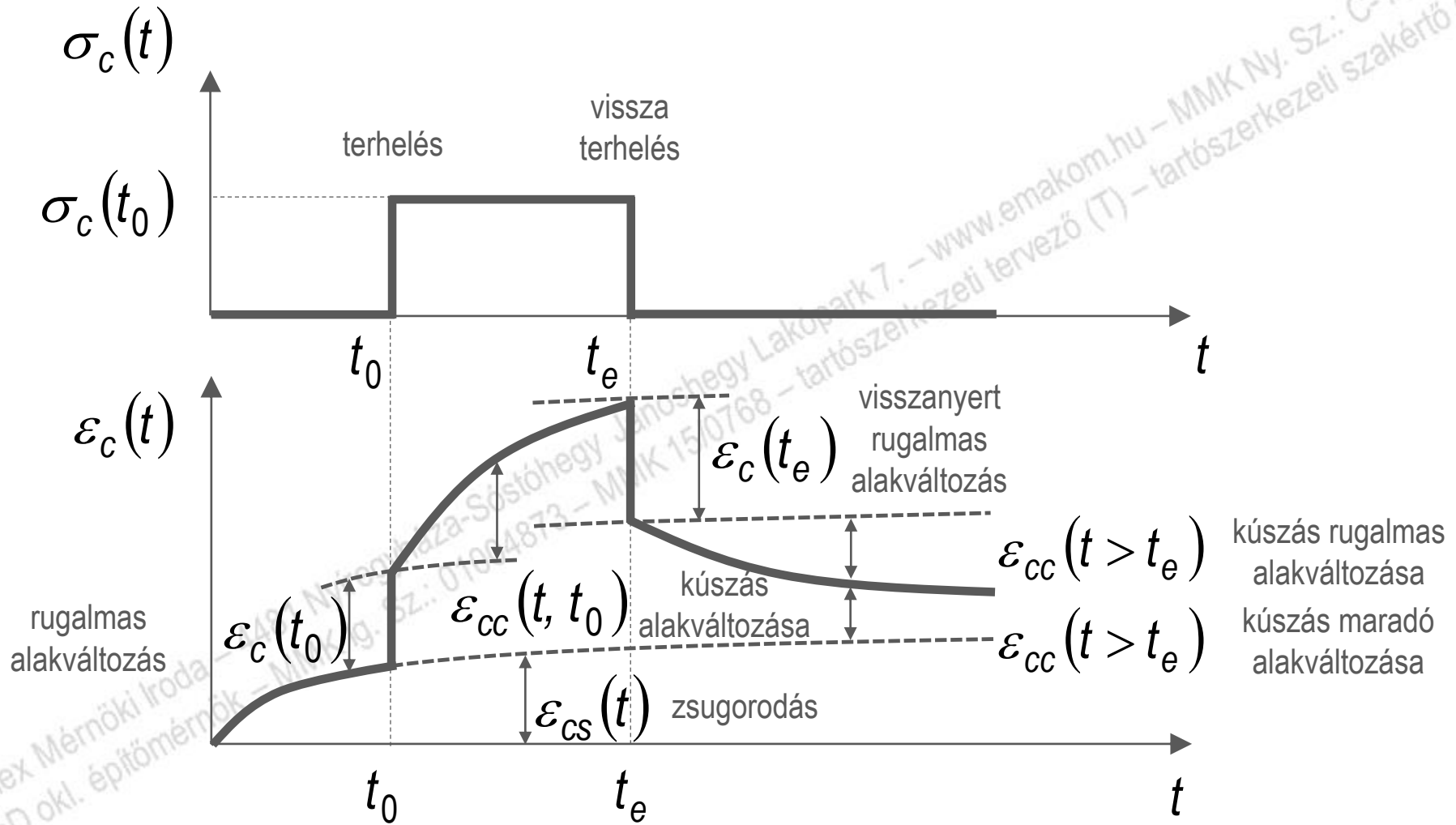
$$\varepsilon_c(t) = \underbrace{\varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)}_{\substack{\text{feszültségtől függő} \\ \text{alakváltozások}}} + \underbrace{\varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t, T)}_{\substack{\text{feszültségtől független} \\ \text{alakváltozások}}}$$

időben állandó alakváltozás
időben változó alakváltozások

- $\varepsilon_c(t)$ → a beton **teljes** fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_c(t_0)$ → a beton **rugalmas** fajlagos alakváltozása a teher felvitele pillanatában
- $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ → a beton **kúszásból** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cs}(t)$ → a beton **zsugorodásából** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cT}(t, T)$ → a beton **hőmérsékletváltozása** következtében kialakuló fajlagos alakváltozása

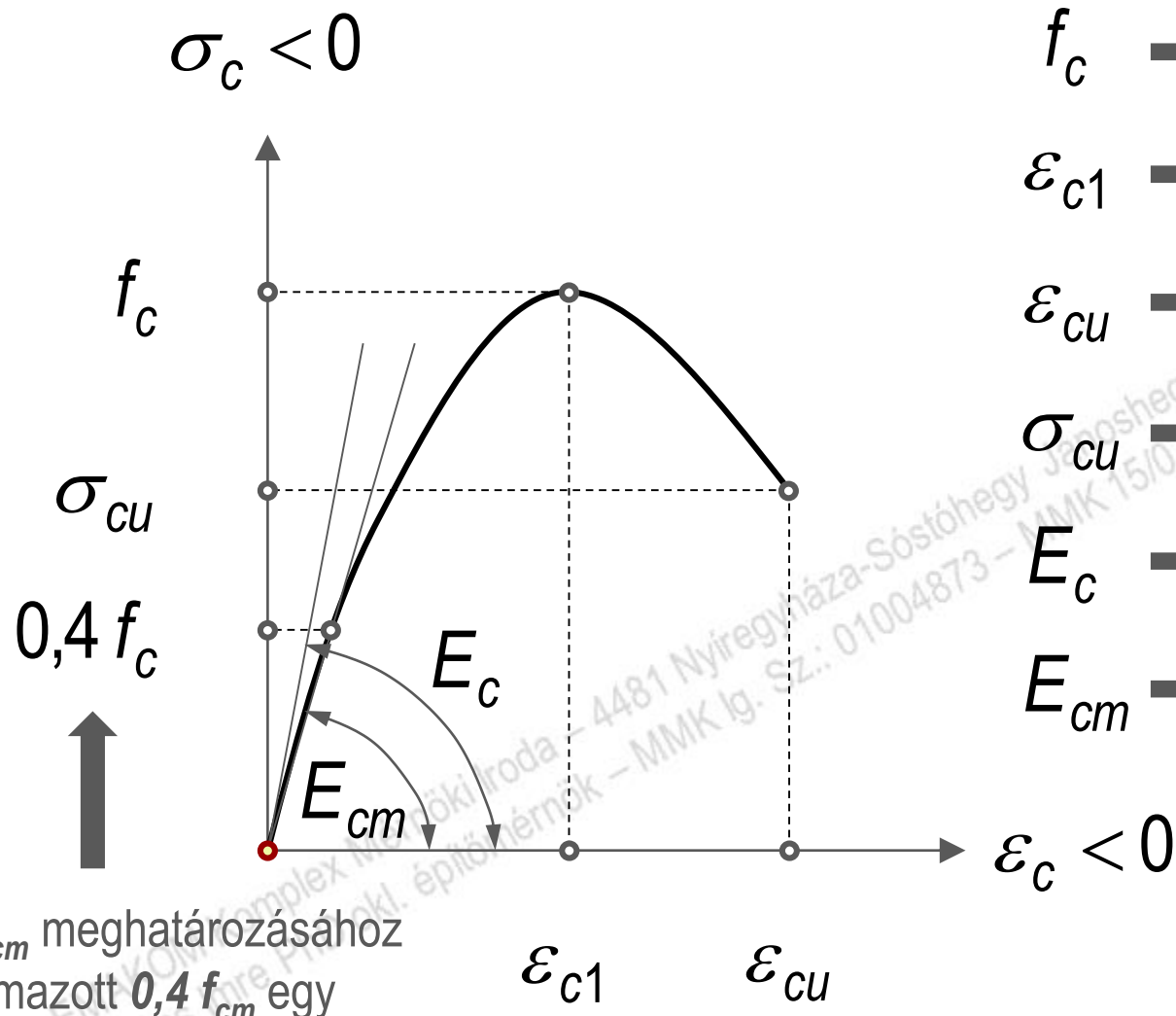
[*fib* Bulletin 42 – Constitutive modelling of high strength/high performance concrete – Chapter 6.4.4 – pp. 78-79.]

A beton fajlagos alakváltozásai – *fib* Bulletin 51



[*fib* Bulletin 51 – Structural Concrete – Volume 1. – Fig. 3.1 – pp.15.]

A beton feszültség-alakváltozás összefüggése – MSZ EN 1992-1-1:2010



f_c → a legnagyobb nyomófeszültség, nyomószilárdság

ε_{c1} → a legnagyobb feszültséghez tartozó fajlagos alakváltozás

ε_{cu} → törési összenyomódás

σ_{cu} → a törési összenyomódásnál mérhető nyomófeszültség

E_c → a beton érintő rugalmassági modulusa

E_{cm} → a beton húrmodulusa

az E_{cm} meghatározásához alkalmazott $0,4 f_{cm}$ egy közelítés

[MSZ EN 1992-1-1:2010 – 3.1.5 Fejezet – 3.2 ábra – 34. oldal **alapján**]

A beton rugalmassági modulusa – MSZ EN 1992-1-1:2010

A beton rugalmas alakváltozásai **nagymértékben függenek annak összetételétől** (különösen az adalékanyagtól). Az **MSZ 1992-1-1:2010**-ben megadott értékeket a szokásos alkalmazásokra vonatkozó irányadó értékeknek kell tekinteni. Ha azonban a tartószerkezet várhatóan érzékeny ezen általános értékektől való eltérésekre, akkor ezeket különös körültekintéssel kell felvenni.

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.3 Fejezet – (1) Bekezdés – 28. oldal]

Normál szilárdságú szokványos (normál testsűrűségű) betonok: C12/15...C50/60									
[kN/mm ²]	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
E_{cm}	27	29	30	31	33	34	35	36	37

...C55/67...C90/105					
[kN/mm ²]	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
E_{cm}	38	39	41	42	44

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$$

[MSZ EN 1992-1-1:2010 – 3.1 Táblázat – 29. oldal **alapján**]

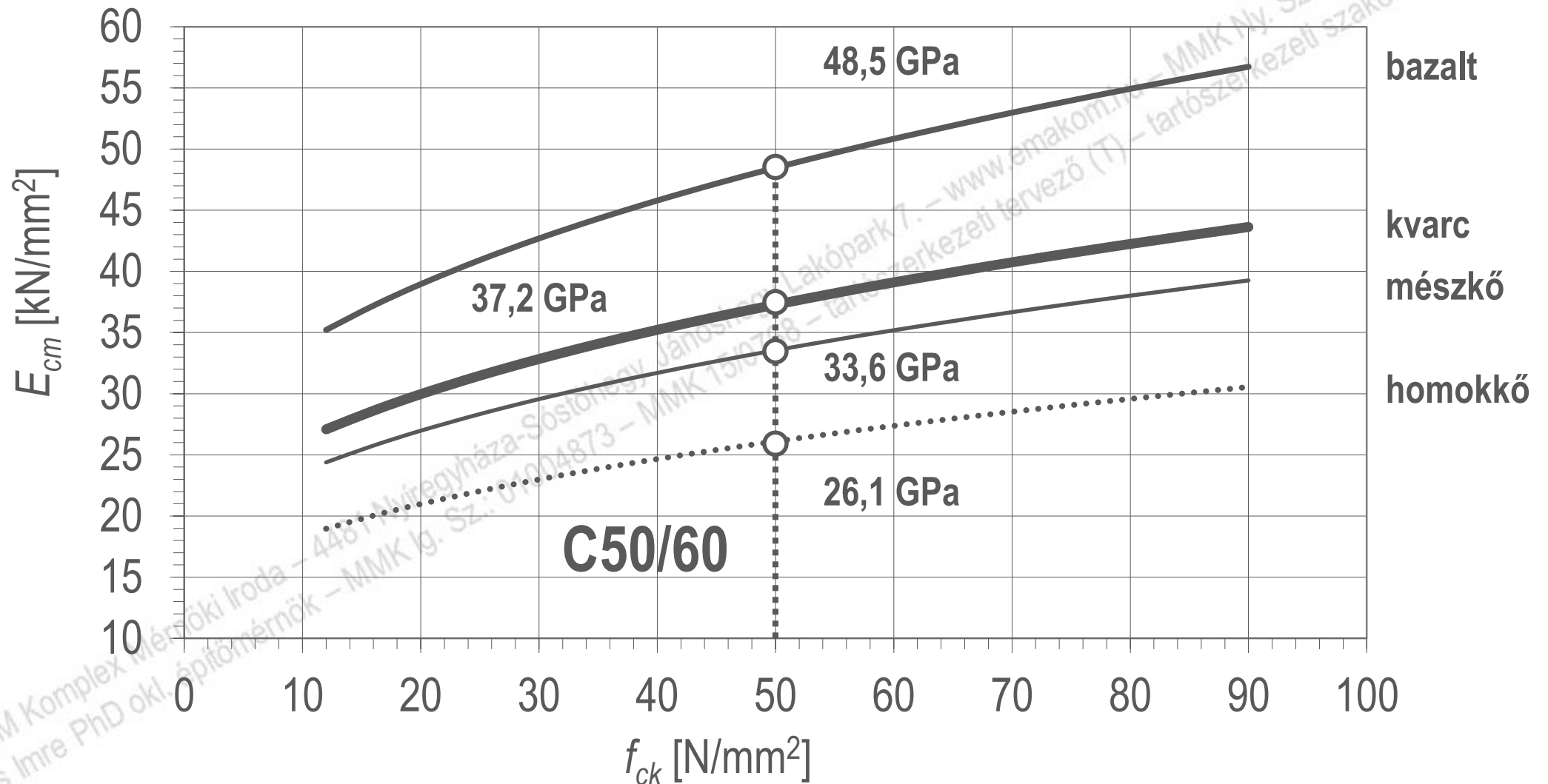
Adalékanyag hatása a rugalmassági modulusra – MSZ EN 1992-1-1:2010

A **beton rugalmassági modulusát az összetevők rugalmassági modulusai határozzák meg.** Kvarc adalékanyagú betonok esetén az E_{cm} rugalmassági modulus – mely a $\sigma_c = 0$ és a $0,4 \times f_{cm}$ pontokon átmenő szelőmodulus – közelítő értékeit az **MSZ 1992-1-1:2010 3.1 táblázat** tartalmazza. **Mészkeő**, illetve **homokkő** adalékanyagok esetén ezt az értéket **10%-kal**, illetve **30%-kal csökkenteni kell.** **Bazalt** adalékanyag esetén ezt az értéket **20%-kal növelni kell.**

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.3 Fejezet – (2) Bekezdés – 28. oldal]

Kvarc adalékanyag:	E_{cm}	100%
Mészkeő adalékanyag:	E_{cm}	90%
Homokkő adalékanyag:	E_{cm}	70%
Bazalt adalékanyag:	E_{cm}	120%

Adalékanyag hatása a rugalmassági modulusra – MSZ EN 1992-1-1:2010



A rugalmassági modulus időbeli változása – MSZ EN 1992-1-1:2010

A rugalmassági modulus időbeli változása a következőképpen **becsülhető**:

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0,3} \cdot E_{cm}$$



Arrhenius-féle összefüggés
felhasználásával számítható!



$$E_{cm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,3} \cdot E_{cm}$$

$E_{cm}(t)$ → a beton rugalmassági modulusának várható értéke t napos korban

$f_{cm}(t)$ → a beton nyomószilárdságának várható értéke t napos korban

f_{cm} → a **28 napos** beton nyomószilárdságának várható értéke

E_{cm} → a **28 napos** beton húrmodulusa

t → a beton kora napokban

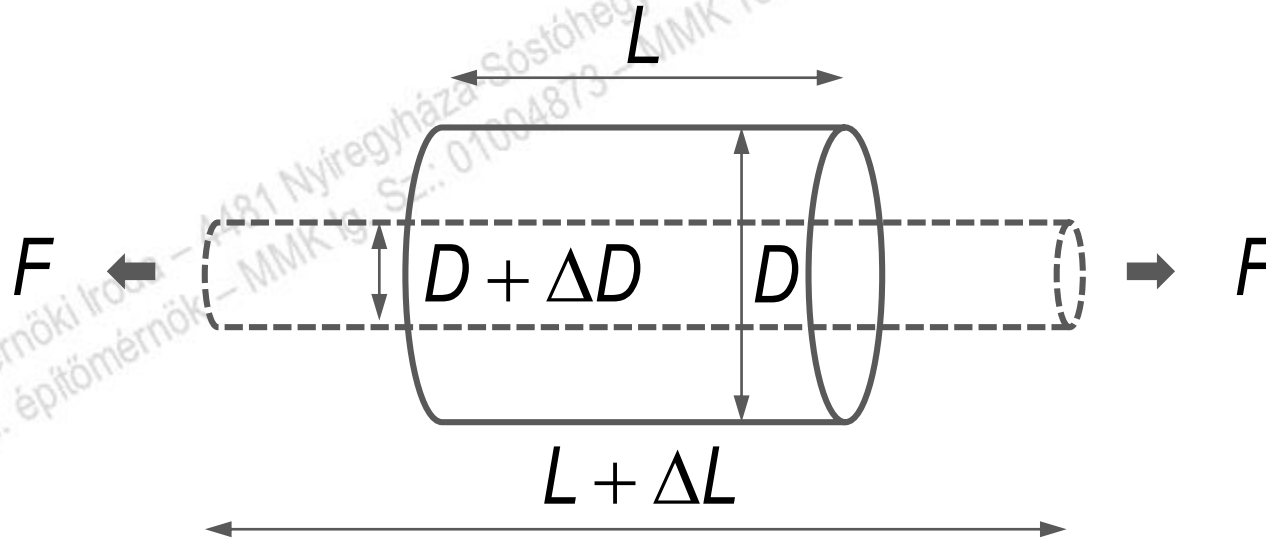
[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.3 Fejezet – (3) Bekezdés – 30. oldal]

Poisson-tényező – MSZ EN 1992-1-1:2010

A Poisson-tényező repedésmentes beton esetén **0,2**-re, berepedt beton esetén **0**-ra vehető fel.

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.3 Fejezet – (4) Bekezdés – 30. oldal]

Poisson-tényező:
$$\nu = -\frac{\Delta L / L}{\Delta D / D}$$



A beton kúszása – *fib* Bulletin 42

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t, T)$$

feszültségtől függő
alakváltozások

$$\varepsilon_\sigma(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)$$

- $\varepsilon_c(t)$ → a beton **teljes** fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_c(t_0)$ → a beton **rugalmas** fajlagos alakváltozása a teher felvitele pillanatában
- $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ → a beton **kúszásból** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cs}(t)$ → a beton **zsugorodásából** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cT}(t, T)$ → a beton **hőmérsékletváltozása** következtében kialakuló fajlagos alakváltozása

[*fib* Bulletin 42 – Constitutive modelling of high strength/high performance concrete – Chapter 6.4.4 – pp. 78-79.]

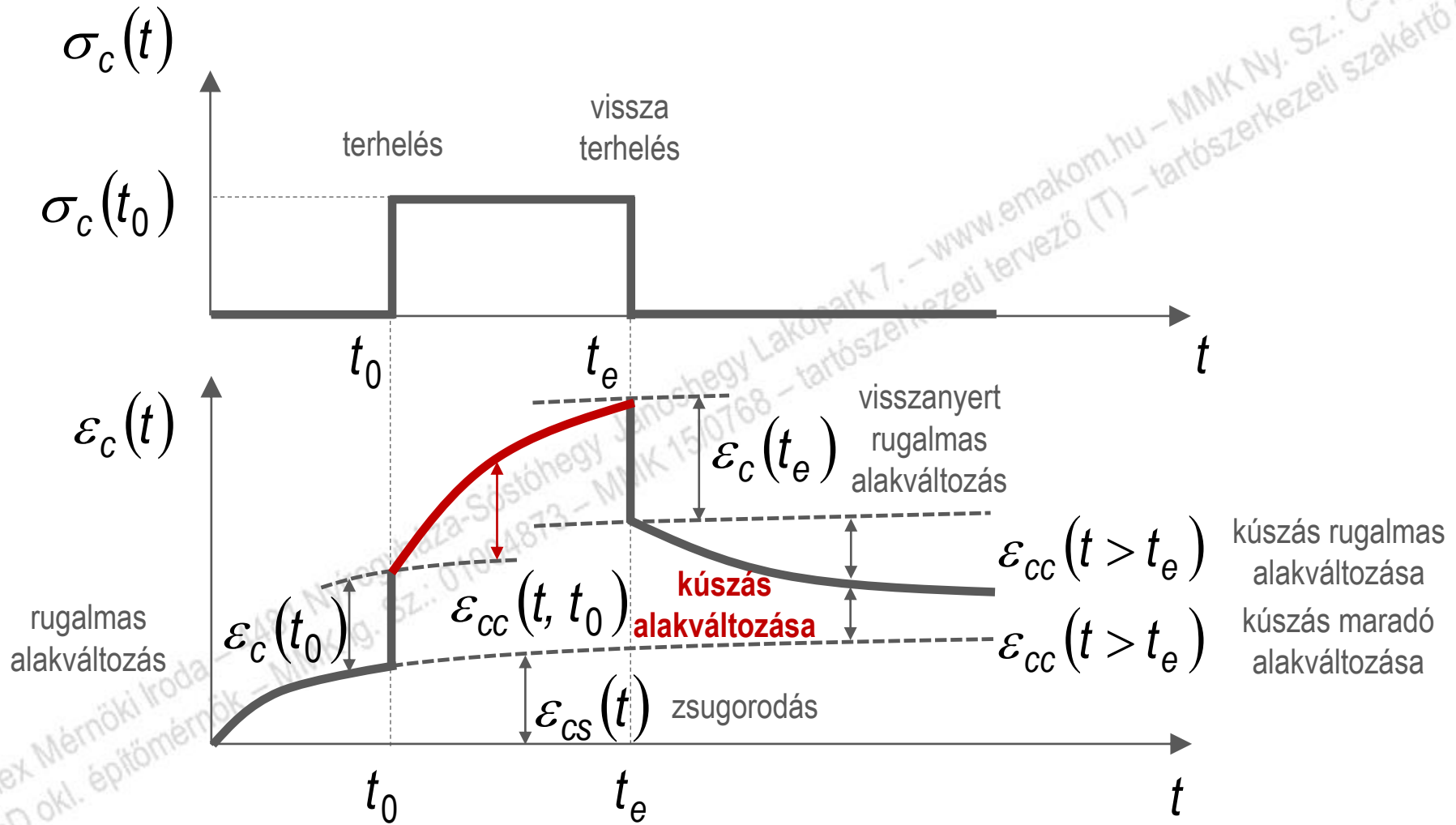
A beton kúszása – MSZ EN 1992-1-1:2010

A beton **kúszása függ a**

- a környezet **páratartalmától**
(környezeti hatások)
- az elem **méreteitől**
(mérethatás)
- a **beton összetételétől**
(összetevők anyagjellemzői)
- a beton **korától az első megterhelés időpontjában**
(korai szilárdság, korai rugalmassági modulus, kizsaluzás, stb.)
- a **terhelés időtartamától**
(rövid idejű, tartós, stb.)
- a **terhelés nagyságától**

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.4 Fejezet – (1)P Bekezdés **alapján** – 30. oldal]

A beton kúszása – *fib* Bulletin 51



[*fib* Bulletin 51 – Structural Concrete – Volume 1. – Fig. 3.1 – pp.15.]

A beton kúszása – *fib* Bulletin 42

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)$$

a beton **feszültségtől függő alakváltozása** t időpontban

a beton **rugalmas** fajlagos **alakváltozása** a teher felvitele pillanatában, t_0 időpontban

a beton **kúszásból** származó fajlagos **alakváltozása** t időpontban

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0)$$

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c}$$

A beton feszültség függő alakváltozásainak kifejezése a teherfelvitel pillanatában számítható rugalmas feszültség és a kúszás jelenségét leíró függvény segítségével:

$$\varepsilon_c(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}$$

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}$$

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varphi(t, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}$$

[*fib* Bulletin 42 – Constitutive modelling of high strength/high performance concrete – Chapter 6.4.4 – pp. 78-79.]

A kúszás nem megfelelő figyelembe vételének következményei



A beton kúszási tényezőjének meghatározása – MSZ EN 1992-1-1:2010

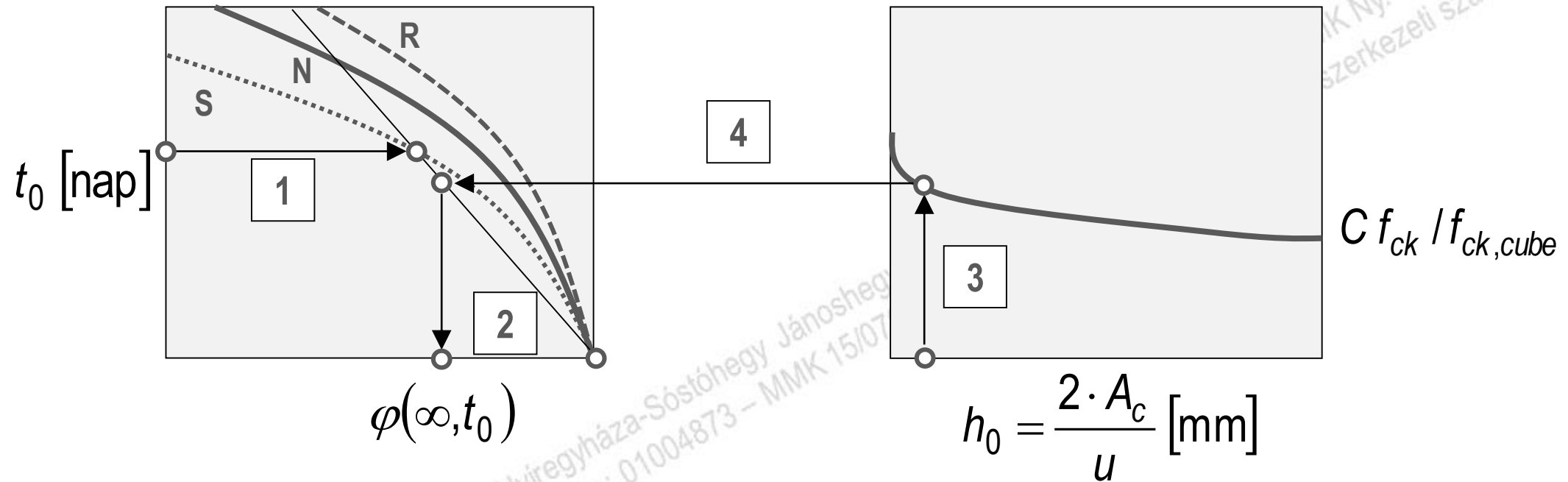
A $\phi(t, t_0)$ kúszási tényező az E_c érintőmodulussal van összefüggésben, mely utóbbit $1,05 \times E_{cm}$ értékre lehet felvenni. Ha nincs szükség nagy pontosságra, akkor figyelembe vehető az **MSZ EN 1992-1-1:2010 3.1 ábrán** megadott kúszási tényező, feltéve, hogy az első megterhelés időpontjában a t_0 korú betonra ható nyomófeszültség nem haladja meg a $0,45 \times f_{ck}(t_0)$ értéket.

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.4 Fejezet – 2 Bekezdés **alapján**– 30. oldal]

A t_0 korú betonra működtetett, időben állandó σ_c nyomófeszültség hatására a beton $\epsilon_{cc}(\infty, t_0)$ kúszási alakváltozása (fajlagos alakváltozása) a $t = \infty$ időpontban – a **lineáris kúszás** modelljének érvényessége mellett – az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\epsilon_{cc}(\infty, t_0) = \phi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}$$

A beton kúszási tényezőjének meghatározása – MSZ EN 1992-1-1:2010

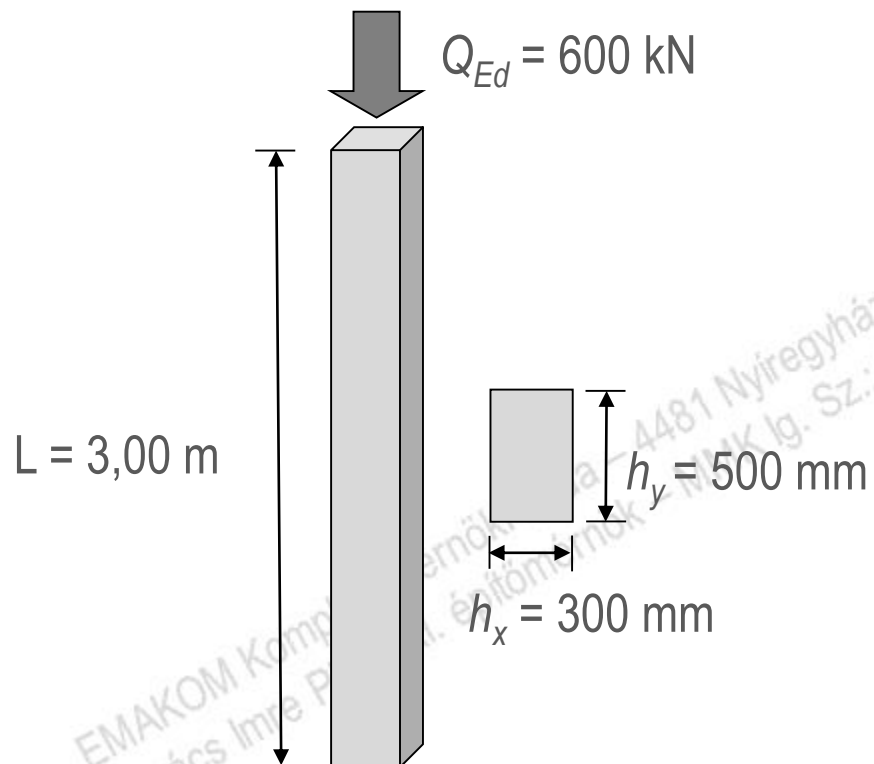


- I. Környezeti feltételek kiválasztása
(Beltéri RH=50%, Kültéri RH=80%)
- II. Teherfelvitel korának meghatározása
- III. Cementfajta kiválasztása

- IV. Betonszilárdsági osztály kiválasztása
- V. Helyettesítő méret kiszámítása
- VI. A beton kúszási tényező végértékének meghatározása

Példa a beton kúszási tényezőjének használatára

Határozzuk meg az alábbi **300/500 mm** keresztmetszetű, **L = 3000 mm** hosszúságú, **C20/25** szilárdsági osztályú, **homokos kavics adalékanyag** továbbá **CEM I 52,5 R cement** felhasználásával **beltéri viszonyok (RH = 50%)** között készülő **monolit vasbeton oszlop** alakváltozását, ha a **600 kN** nagyságú teher tervezési értékének felvitelére (kizsaluzás) a betonozást követően **7 napos** korban kerül sor!



Környezeti feltételek:

Teherfelvitel kora (kizsaluzás):

Cement fajtája:

Beton szilárdsági osztálya:

Beton adalékanyag fajtája:

Teher tervezési értéke:

Beltéri RH=50%

$t_0 = 7$ nap

CEM I. 52,5 R (R osztály)

C20/25

homokos kavics

$Q_{Ed} = 600 \text{ kN}$

Példa a beton kúszási tényezőjének használatára

Helyettesítő méret meghatározása:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 500}{2 \cdot (300 + 500)} = 187,5 \text{ mm}$$

A rugalmas összenyomódás értéke 7 napos korban:

$$\Delta L_{el}(t = 7 \text{ nap}) = \frac{Q_{Ed} \cdot L}{E_c(t = 7 \text{ nap}) \cdot A} = \frac{Q_{Ed} \cdot L}{1,05 \cdot E_{cm}(t = 7 \text{ nap}) \cdot A}$$

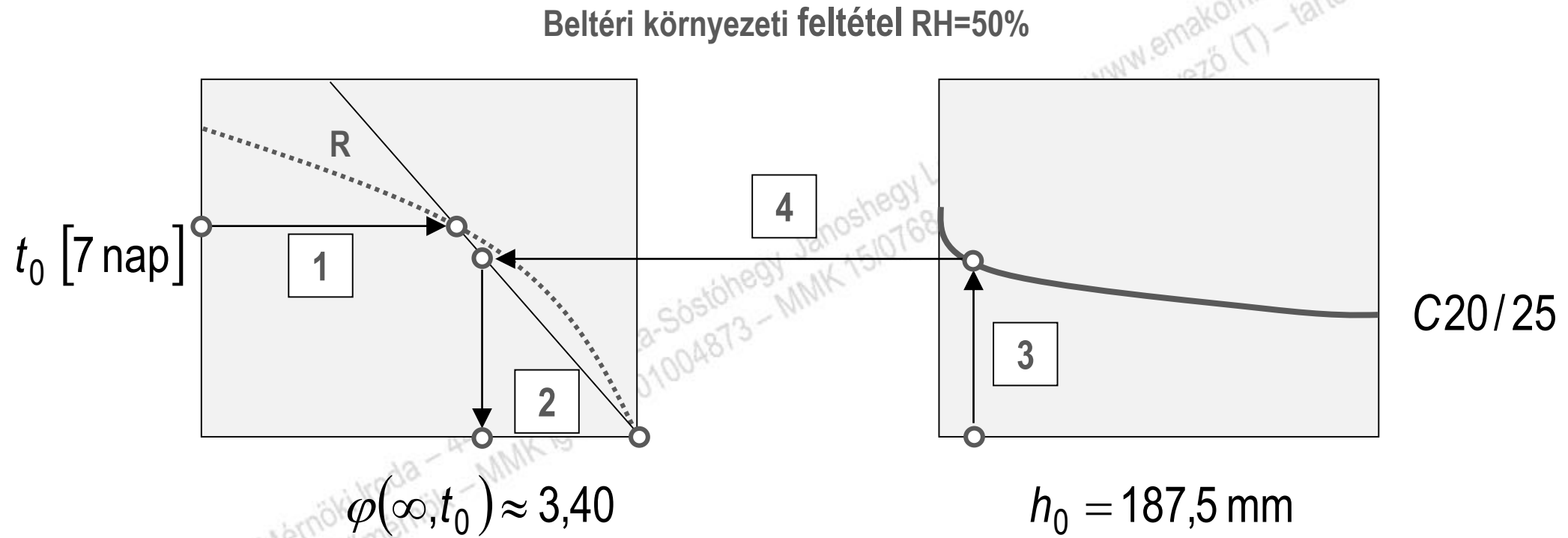
$$\rightarrow \beta_{cc}(t = 7 \text{ nap}) = e^{-s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]} = e^{-s \left[1 - \left(\frac{28}{7} \right)^{1/2} \right]} = e^{-0,2 \left[1 - \left\{ \frac{28}{7} \right\}^{1/2} \right]} = e^{-0,2} = 0,82$$

$$\rightarrow f_{cm}(t = 7 \text{ nap}) = \beta_{cc}(t = 7 \text{ nap}) \cdot f_{cm} = 0,82 \cdot 28 = 23 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow E_{cm}(t = 7 \text{ nap}) = E_{cm} \cdot \left(\frac{f_{cm}(t = 7 \text{ nap})}{f_{cm}} \right)^{0,3} = 30 \cdot \left(\frac{23}{28} \right)^{0,3} = 28,3 \text{ GPa}$$

$$\Delta L_{el}(t = 7 \text{ nap}) = \frac{Q_{Ed} \cdot L}{E_c(t = 7 \text{ nap}) \cdot A} = \frac{Q_{Ed} \cdot L}{1,05 \cdot E_{cm}(t = 7 \text{ nap}) \cdot A} = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 3000}{1,05 \cdot 28,3 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 300} = 0,404 \text{ mm}$$

Példa a beton kúszási tényezőjének használatára



Példa a beton kúszási tényezőjének használatára

A **kúszási tényező** végértéke:

$$\varphi(\infty, t_0) \approx \boxed{3,40}$$

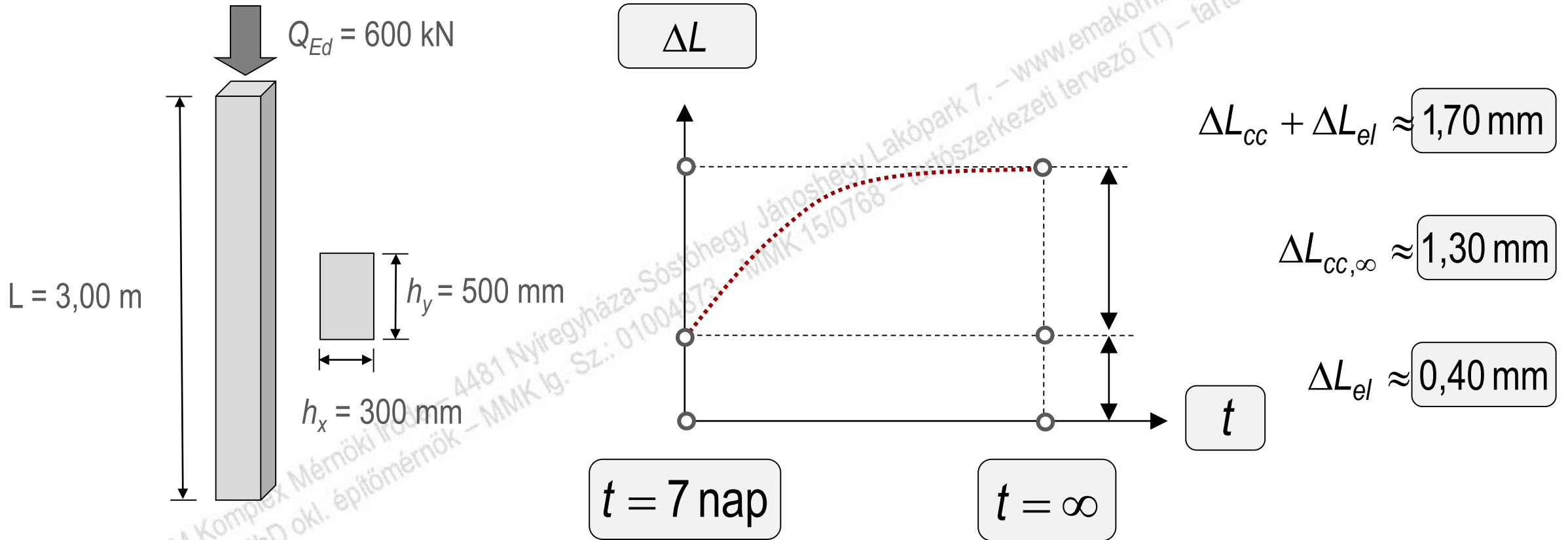
A kúszásból származó **fajlagos alakváltozás** végértéke:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{E_c} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{1,05 \cdot E_{cm}} = 3,40 \cdot \frac{600 \cdot 10^3}{300 \cdot 500} \cdot \frac{1}{1,05 \cdot 30 \cdot 10^3} = \boxed{0,432\text{‰}}$$

A kúszásból számítható **összenyomódás** végértéke:

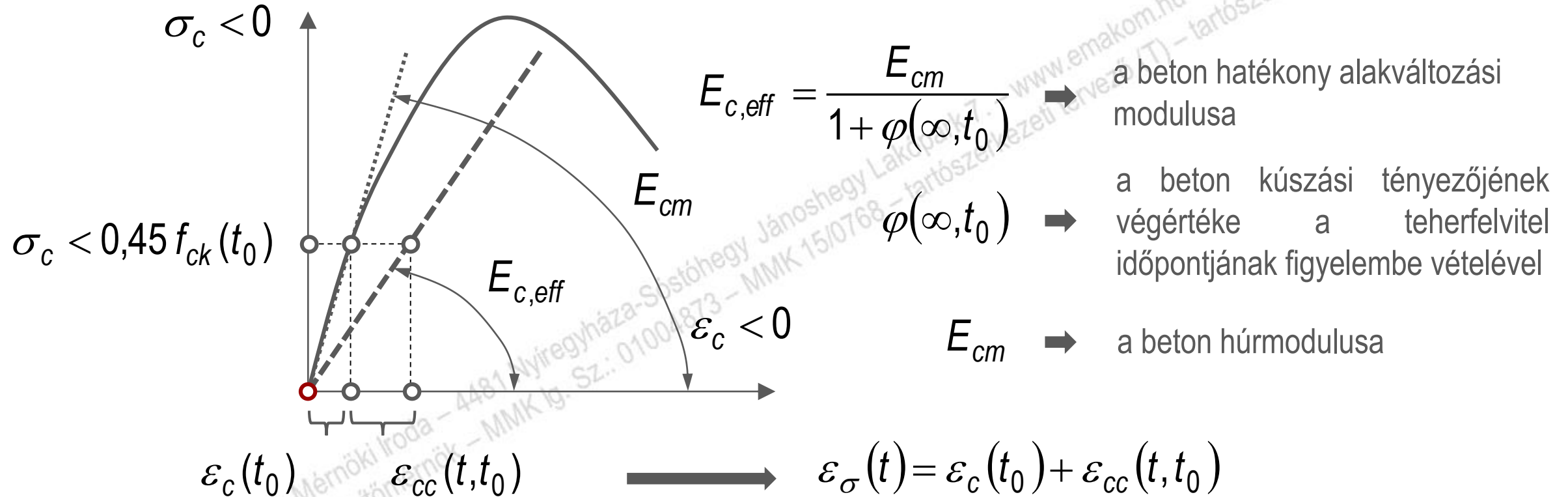
$$\Delta L_{cc, \infty} = \varepsilon_{cc}(\infty, t_0) \cdot L = 0,432\text{‰} \cdot 3000 \text{ mm} = \boxed{1,296 \text{ mm}}$$

Példa a beton kúszási tényezőjének használatára



A beton hatékony alakváltozási modulusa – MSZ EN 1992-1-1:2010

Kúszást okozó tartós terhek esetén a kúszást is magában foglaló teljes alakváltozás számítható a beton alakváltozási tényezőjének felhasználásával az MSZ EN 1992-1-1:2010 (7.20) összefüggés szerint:



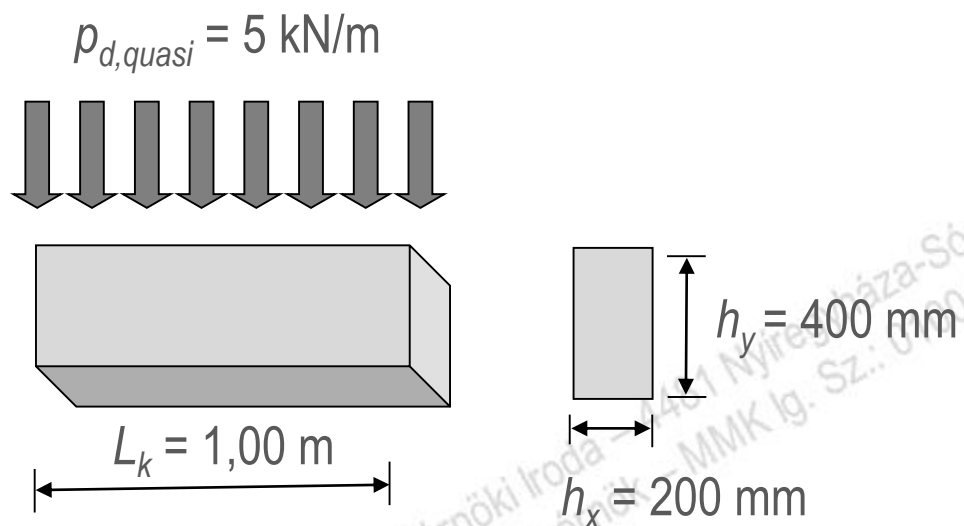
a beton rugalmas fajlagos alakváltozása a teher felvitele pillanatában, t_0 időpontban

a beton kúszásból származó fajlagos alakváltozása t időpontban

a beton feszültségtől függő alakváltozása t időpontban

Példa a beton hatékony alakváltozási modulusának használatára

Határozzuk meg az alábbi **200/400 mm** keresztmetszetű, **L = 1000 mm** méretű, **C20/25** szilárdsági osztályú, **homokkő adalékanyag** továbbá **CEM III 32,5 N cement** felhasználásával **kültéri viszonyok (RH = 80%)** között készülő **beton konzol** alakváltozását, ha a **5 kN/m** nagyságú (kvázi állandó) teher értékének felvitelére (kizsaluzás) a betonozást követően **3 napos** korban kerül sor!



Környezeti feltételek:

Teherfelvitel kora (kizsaluzás):

Cement fajtája:

Beton szilárdsági osztálya:

Beton adalékanyag fajtája:

Kvázi állandó teher:

Kültéri RH=80%

$t_0 = 3$ nap

CEM III 32,5 N (S osztály)

C20/25

homokkő

$p_{d,quasi} = 5 \text{ kN/m}$

Példa a beton hatékony alakváltozási modulusának használatára

Helyettesítő méret meghatározása:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 400}{2 \cdot (200 + 400)} = 133,3 \text{ mm}$$

Inercianyomaték meghatározása:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{200 \cdot 400^3}{12} = 1,07 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

A rugalmas lehajlás értéke 3 napos korban:

$$w_{el}(t = 3 \text{ nap}) = \frac{1}{8} \cdot \frac{\rho_{d,quasi} \cdot L_k^4}{E_c(t = 3 \text{ nap}) \cdot I} = \frac{\rho_{d,quasi} \cdot L_k^4}{1,05 \cdot E_{cm}(t = 3 \text{ nap}) \cdot I}$$

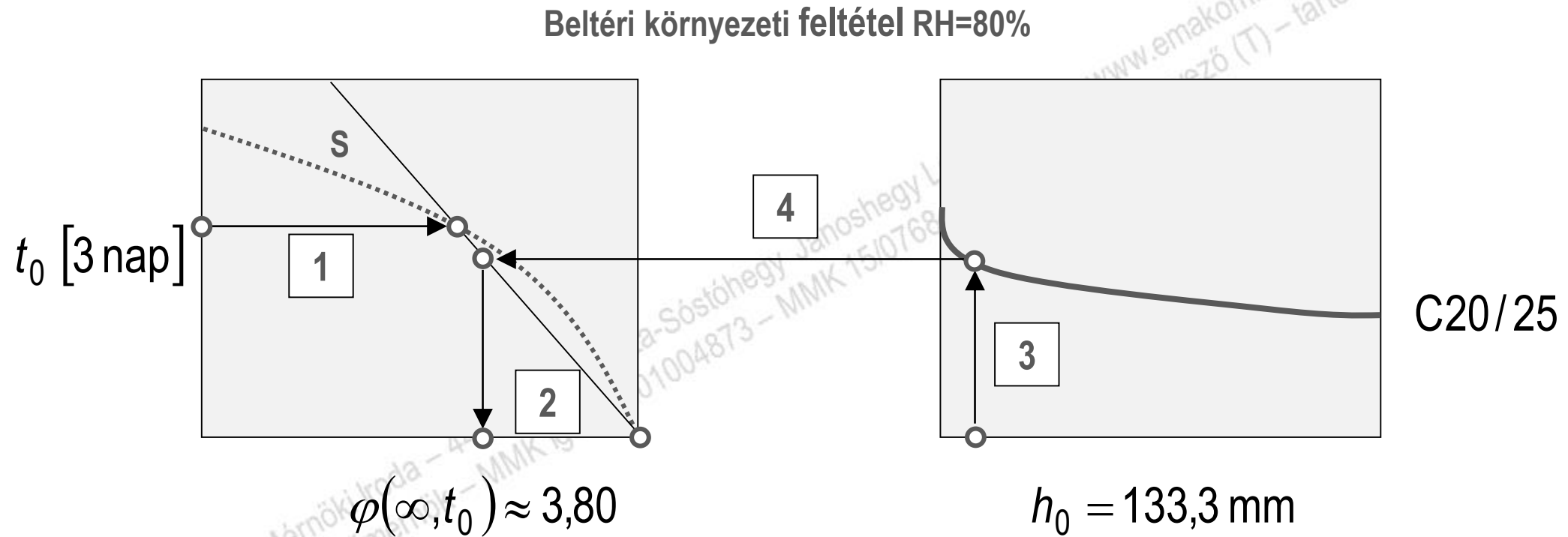
$$\rightarrow \beta_{cc}(t = 3 \text{ nap}) = e^{-s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]} = e^{-s \left[1 - \left(\frac{28}{7} \right)^{1/2} \right]} = e^{-0,38 \left[1 - \left\{ \frac{28}{3} \right\}^{1/2} \right]} = e^{-0,78} = 0,46$$

$$\rightarrow f_{cm}(t = 3 \text{ nap}) = \beta_{cc}(t = 3 \text{ nap}) \cdot f_{cm} = 0,46 \cdot 28 = 12,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow E_{cm}(t = 3 \text{ nap}) = 0,70 \cdot E_{cm} \cdot \left(\frac{f_{cm}(t = 3 \text{ nap})}{f_{cm}} \right)^{0,3} = 0,70 \cdot 30 \cdot \left(\frac{12,9}{28} \right)^{0,3} = 16,7 \text{ GPa}$$

$$w_{el}(t = 3 \text{ nap}) = \frac{1}{8} \cdot \frac{\rho_{d,quasi} \cdot L_k^4}{1,05 \cdot E_{cm}(t = 3 \text{ nap}) \cdot I} = \frac{1}{8} \cdot \frac{5 \cdot 1000^4}{1,05 \cdot 16700 \cdot 1,07 \cdot 10^9} = 0,033 \text{ mm}$$

Példa a beton hatékony alakváltozási modulusának használatára



Példa a beton hatékony alakváltozási modulusának használatára

A kúszási tényező végértéke:

$$\varphi(\infty, t_0) \approx \boxed{3,80}$$

A kúszással terhelt (rugalmas+kúszás) lehajlás végértéke:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{30000}{1 + 3,80} = \boxed{6250 \text{ N/mm}^2}$$

A kúszással terhelt (rugalmas+kúszás) lehajlás végértéke:

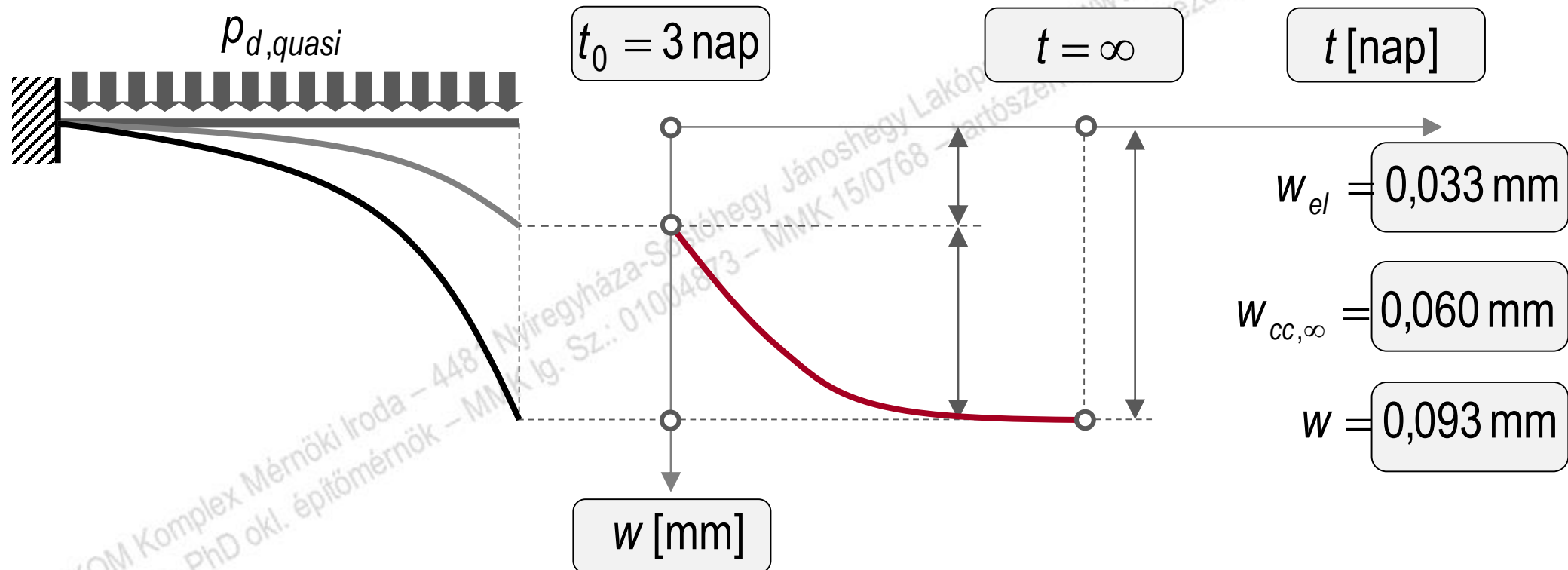
$$w(t = \infty) = w_{el}(t_0 = 3 \text{ nap}) + w_{cc,\infty} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\rho_{d,quasi} \cdot L^4}{E_{c,eff} \cdot I} = \frac{1}{8} \cdot \frac{5 \cdot 1000^4}{6250 \cdot 1,07 \cdot 10^9} = \boxed{0,093 \text{ mm}}$$

A kúszásból számítható lehajlás értéke:

$$w_{cc,\infty} = w(t = \infty) - w_{el}(t_0 = 3 \text{ nap}) = 0,093 - 0,033 = \boxed{0,060 \text{ mm}}$$

Példa a beton hatékony alakváltozási modulusának használatára

A repedésmentes konzol kúszást is magában foglaló lehajlása ennek alapján:



A teherfelvitel korának – t_0 - meghatározása

A cement szilárdsági osztálya	A beton szilárdsági osztálya			
	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25
	Az oldalzaluzat eltávolításának legkorábbi időpontja, nap			
CEM 32,5	3	2	2	1
CEM 42,5	-	2	1	1
CEM 52,5	-	-	1	1

- Az **MSZ 4798-1:2004 NAD L1** táblázatában megadott határidőknél rövidebb időpont kijelölésekor szilárdságvizsgálattal kell igazolni, hogy a beton nyomószilárdsága legalább **3 N/mm²**.

[MSZ EN 4798-1:2004, NAD L9 Kizsaluzás, NAD L1 táblázat, 138. oldal]

A teherfelvitel korának – t_0 - meghatározása

A cement szilárdsági osztálya	A beton szilárdsági osztálya					
	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
	Az teherhordó zsaluzat és állványzat eltávolításának legkorábbi időpontja, nap					
CEM 32,5	21	20	19	17	15	-
CEM 42,5	18	17	15	12	10	10
CEM 52,5	14	13	12	10	8	6

- Az **MSZ 4798-1:2004 NAD L2** táblázatában megadott időpontok rövidíthetők, ha a szilárdságvizsgálat igazolta, hogy a beton már korábban elérte a **28 napos korra előírt nyomószilárdság 80%-át**.

[MSZ EN 4798-1:2004, NAD L9 Kizsaluzás, NAD L2 táblázat, 139. oldal]

A teherfelvitel korának – t_0 - meghatározása

- A **zsaluzat** és az **állványzat** eltávolítását akkor szabad megkezdeni, ha a beton kellő szilárdságú.
- Kizsaluzáskor a szerkezetet **rázásnak**, **lökésnek** és **ütésnek** kitenni nem szabad.
- Ha a kizsaluzás során az **állékonyságot veszélyeztető jelenség** vagy **hiba** mutatkozik, akkor a bontást azonnal abba kell hagyni.
- A **kizsaluzás időpontját** – táblázati értékek – annyi nappal kell meghosszabbítani, ahány nap átlagos hőmérséklete **0 °C** alatt volt.
- Az **MSZ 4798-1:2004 NAD L1.** és **L2.** táblázatában megadott kizsaluzási időpontokat a tervezőnek kell meghosszabbítania, ha a szerkezet biztonsága ezt más szempontokból megköveteli (pl.: nagy zsugorodási alakváltozás, a beton hővédelme).

[MSZ EN 4798-1:2004, NAD L9 Kizsaluzás, 138. oldal]

A beton nemlineáris kúszása – MSZ EN 1992-1-1:2010

Amennyiben a t_0 időpontban a terhekből és hatásokból számított nyomófeszültség meghaladja a $0,45 \times f_{ck}(t_0)$ értéket, a kúszást a **nemlineáris** hatások figyelembe vételével kell meghatározni (**nemlineáris kúszás modellje**).

[MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, (4) Bekezdés, 30. oldal]

Ebben az esetben a **nemlineáris helyettesítő kúszási tényező** az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{1,5 \cdot \left(\frac{\sigma_c}{f_{cm}(t_0)} - 0,45 \right)}$$

[MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, (4) Bekezdés, 30. oldal]

A beton zsugorodása – *fib* Bulletin 42

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t, T)$$



feszültségtől független
alakváltozások

- $\varepsilon_c(t)$ → a beton **teljes** fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_c(t_0)$ → a beton **rugalmas** fajlagos alakváltozása a teher felvitele pillanatában
- $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ → a beton **kúszásból** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cs}(t)$ → a beton **zsugorodásából** származó fajlagos alakváltozása t napos korban
- $\varepsilon_{cT}(t, T)$ → a beton **hőmérsékletváltozása** következtében kialakuló fajlagos alakváltozása

[*fib* Bulletin 42 – Constitutive modelling of high strength/high performance concrete – Chapter 6.4.4 – pp. 78-79.]

A beton zsugorodása – MSZ EN 1992-1-1:2010

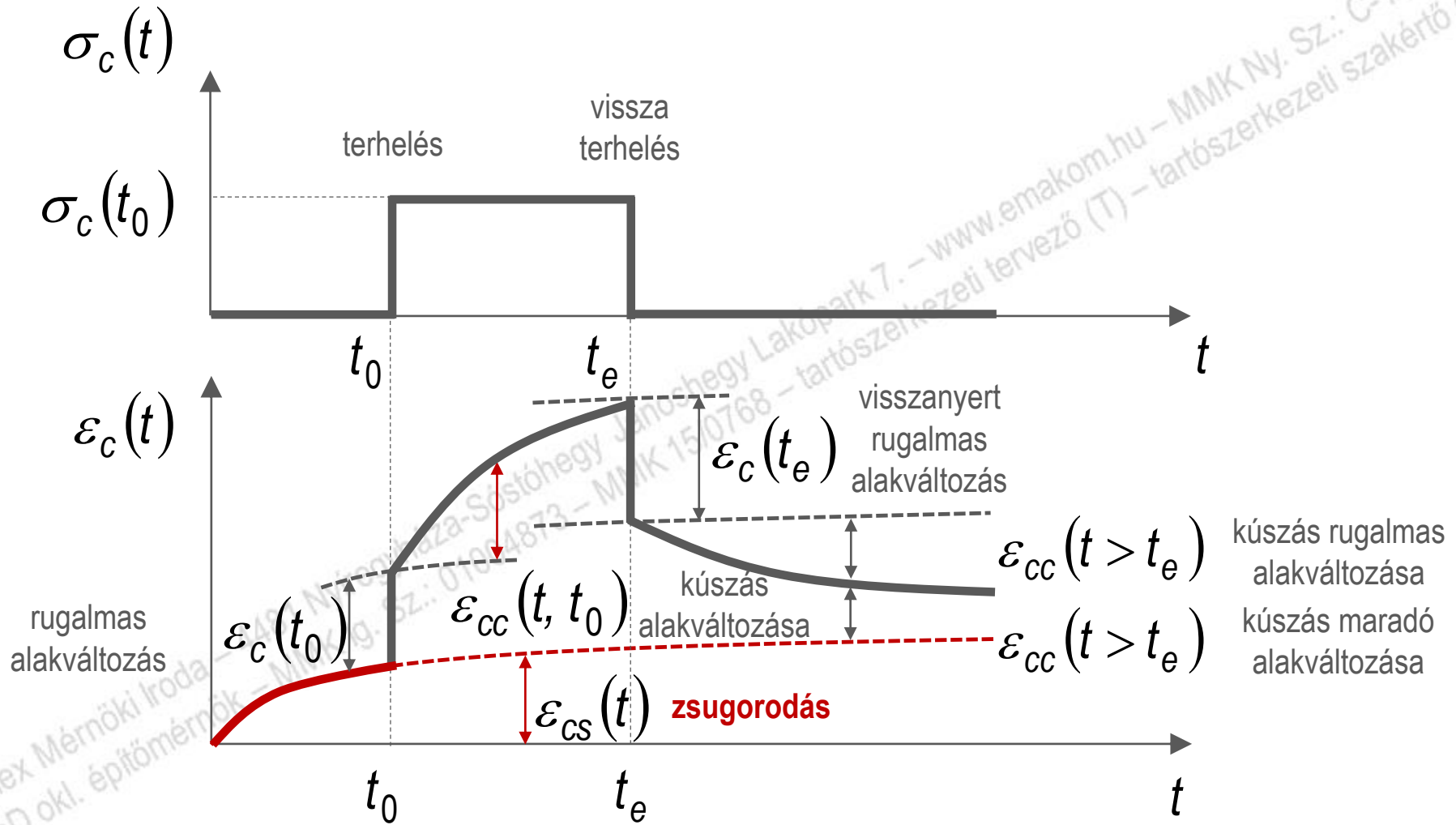
A beton **kúszása függ a**

- a környezeti körülmények
(környezeti hatások)
 - a környezeti hőmérséklet
 - a környezeti páratartalom
- az elem **méreteitől**
(mérethatás)
- a **beton összetételétől**
(összetevők anyagjellemzői)
 - a víz-cement tényező
 - a cementtartalom, a cement őrlésfinomsága
 - a finomrész-tartalom, a finomrész őrlésfinomsága
- a beton **utókezelésétől**
- a **hidratáció** mértékétől (hidratációs fok)
- a **beton korától a száradás kezdetének időpontjában**

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.4 Fejezet – (1)P Bekezdés **alapján** – 30. oldal]

[Dr. Kausay Tibor: Beton zsugorodása és repedése, <http://www.betonopus.hu/notesz/kutyanyelv/zsugorodas.pdf>]

A beton zsugorodása – *fib* Bulletin 51



[*fib* Bulletin 51 – Structural Concrete – Volume 1. – Fig. 3.1 – pp.15.]

A beton zsugorodásának fajtái

Korai vagy kapilláris vagy képlékeny zsugorodás:

A beton friss, képlékeny állapotában lép fel, és létrehozza a kapillárisokat. A bedolgozott friss beton az első rövid idő alatt általában duzzad, de amikor a felületéről a vízfilm eltűnik, elkezd zsugorodni. A **korai zsugorodás gyors, rövid folyamat**, a kötési idő végén (ez általában **nem több, mint 8 óra**) véget ér. A keletkező repedések **felületi hajszálrepedések**, **tágasságuk 1 - 2 mm-t** is elérhet, kedvezőtlen klimatikus viszonyok közepette **összértékük 4 mm/m** is lehet, de **mélységük csekély**, a megszáradó felületi zónára korlátozódik.

Kémiai zsugorodás:

Azért lép fel, mert a **hidratációs termékek** (cementkő) **térfogata kisebb, mint a kiindulási cementpép** (cement + keverővíz) **térfogata**. A hidratáció folyamán tehát térfogatcsökkenés lép fel, mert a vízmolekulák beépülnek a hidratációs termékbe, azaz a cement a keverővíz egy részét kémiaiilag megköti (kb. a cement-tartalom 25 tömeg %-át). A víz másik részéből pórusvíz képződik (ez folyékony halmazállapotú), harmadik része pedig elpárolog.

Karbonátosodási zsugorodás:

Évekig tartó folyamat. A beton karbonátosodása során **olyan ásványok** (kalcium-karbonát) **keletkeznek, amelyek térfogata kisebb, mint a nem karbonátosodott betoné**. A karbonátosodás alatt korábban kötött víz is felszabadul, amelynek elpárolgása a száradási zsugorodást növeli. A karbonátosodási zsugorodás tehát kémiai és fizikai folyamat eredménye.

[Dr. Kausay Tibor: Beton zsugorodása és repedése, <http://www.betonopus.hu/notesz/kutyanyelv/zsugorodas.pdf>]

A beton zsugorodásának fajtái

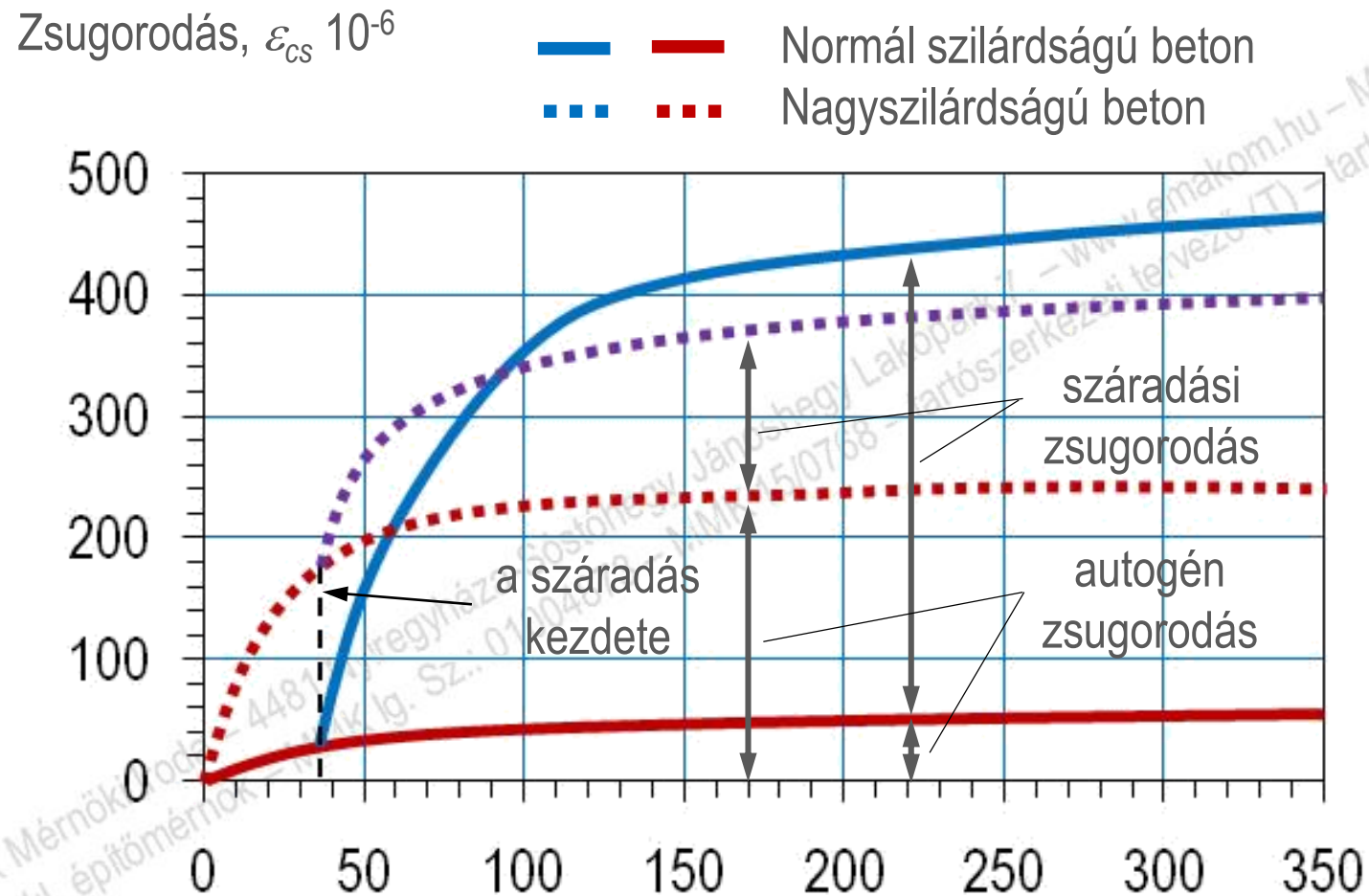
Száradási zsugorodás:

A **kötés végén**, a **szilárdulás kezdetén** indul és **egy évig is eltarthat**, tehát egy **lassú folyamat**, amely végértékhez tart. Ezalatt a cementkő pórusai kiszáradnak, a teljesen kiszáradt beton nem zsugorodik tovább.

Autogén zsugorodás:

A **kis víz-cement tényezőjű** ($w/c \leq 0,4$) **betonok** (ezek általában nagyszilárdságú, nagy teljesítő-képességű betonok) **esetén** beszélünk. Mértéke különösen $w/c = 0,3$ körül és jelentős finomrész-tartalom (pl. szilikapor) esetén lehet igen jelentős. Az autogén zsugorodás a korai zsugorodás idején kezdődik és átnyúlik a száradási zsugorodás periódusába is. A hidratáció alatt a fiatal betonban lévő cement annyi vizet elvon a pórusszerkezetből, hogy a beton 70-90 % relatív nedvességtartalom esetén hamar tömegállandósági állapotba kerül. **A kis víz-cement tényezőjű beton olyan kevés vízzel készül, hogy a hidratáció folytán erős belső kiszáradás megy végbe, amely számottevő zsugorodással jár.** Az autogén zsugorodás független a szerkezeti elem geometriájától, és a hidratációval, ill. a beton szilárdságával áll lineáris kapcsolatban. **A $w/c = 0,5$ vagy ennél nagyobb víz-cement tényezőjű betonok autogén zsugorodása a száradási zsugorodáshoz képest elhanyagolható.**

[Dr. Kausay Tibor: Beton zsugorodása és repedése, <http://www.betonopus.hu/notesz/kutyanyelv/zsugorodas.pdf>]

A beton zsugorodása – *fib* Bulletin 51*fib* Bulletin 51, Structural Concrete, Volume 1, Fig. 3.1-16.

A beton zsugorodása – MSZ EN 1992-1-1:2010

A **teljes zsugorodási alakváltozásnak két összetevője** van, a **száradási alakváltozás** és az **ülepedési (autogén) zsugorodási alakváltozás**. A **száradási zsugorodási alakváltozás lassan alakul ki**, mivel az a víz megszilárdult betonból való eltávozásának a függvénye. Az **ülepedési (autogén) zsugorodási alakváltozás a beton szilárdulása során jön létre**, ezért a legnagyobb része a **betonozást követő napokban kialakul**. Az **ülepedési (autogén) zsugorodás a betonszilárdság lineáris függvénye**. Ha megszilárdult betont új betonnal építenek egybe, akkor erre általában tekintettel kell lenni. Ilyen módon az ϵ_{cs} teljes zsugorodási alakváltozás értéke a következőképpen számítható:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

- ϵ_{cs} → a **teljes** zsugorodási alakváltozás
- ϵ_{cd} → a **száradási** zsugorodási alakváltozás
- ϵ_{ca} → az **ülepedési (autogén)** zsugorodási alakváltozás

[MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, (6) Bekezdés, 32. oldal]

A beton száradási zsugorodásának végértéke – MSZ EN 1992-1-1:2010

A beton **száradási zsugorodási** alakváltozásának végértéke a **gátolatlan száradási zsugorodási** alakváltozás és a **geometriai jellemző** függvényében meghatározható az alábbi összefüggéssel:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

h_0	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

[MSZ EN 1992-1-1:2010 3.1.4 Fejezet,
3.3 Táblázat, 33. oldal]

$f_{ck}/f_{ck\ cube}$ [MPa]	$\varepsilon_{cd,0}$ [‰] (N osztályú cement)					
	Relatív páratartalom [%]					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

[MSZ EN 1992-1-1:2010 3.1.4 Fejezet, 3.2 Táblázat, 32. oldal]

A beton száradási zsugorodásának időbeli változása – MSZ EN 1992-1-1:2010

A beton **száradási zsugorodási alakváltozásának** alakulása az idő függvényében:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}}$$

- t → a beton kora napokban kifejezve a vizsgált időpontban
 t_s → a beton kora a zsugorodás kezdetekor (utókezelés vége)
 $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}$ [mm] → a keresztmetszet helyettesítő mérete

[MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, (6) Bekezdés, 33. oldal]

A beton ülepedési (autogén) zsugorodása – MSZ EN 1992-1-1:2010

A beton ülepedési (autogén) zsugorodási alakváltozása a következőképpen számítható:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 \cdot t^{0,5})}$$

$$\varepsilon_{ca}(t)$$



a beton ülepedési zsugorodása t időpontban

$$\varepsilon_{ca}(\infty)$$



a beton ülepedési zsugorodásának végértéke

$$t$$

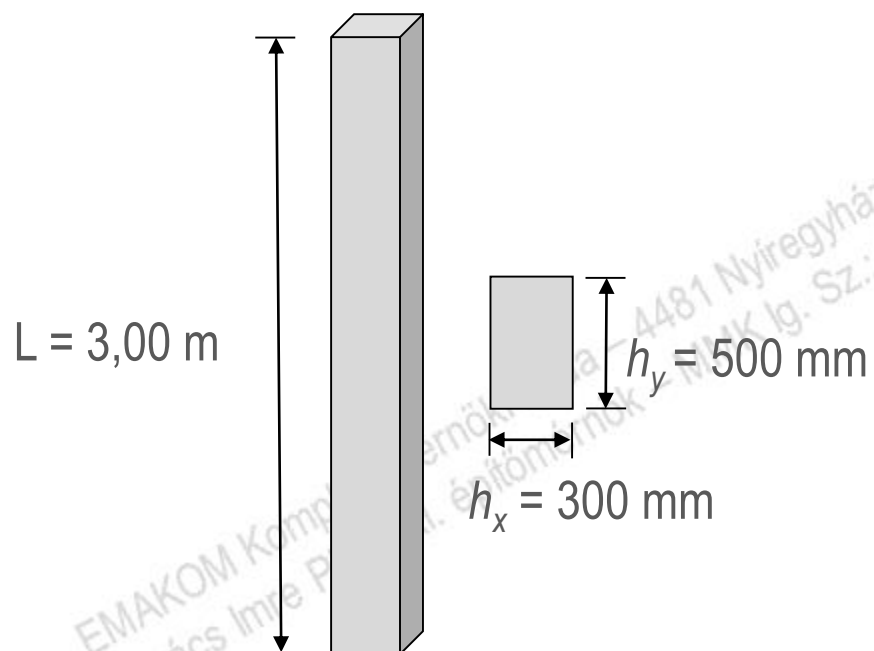


a vizsgált időpont napokban kifejezve

[MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, (6) Bekezdés, 33. oldal]

Példa a beton zsugorodási alakváltozásának meghatározására

Határozzuk meg az alábbi **300/500 mm** keresztmetszetű, **L = 3000 mm** hosszúságú, **C20/25** szilárdsági osztályú, **homokos kavics adalékanyag** továbbá **CEM I 52,5 R cement** felhasználásával **beltéri viszonyok (RH = 50%)** között készülő **monolit vasbeton oszlop zsugorodási alakváltozásának végértékét** valamint **7 napos értékét**, ha az **utókezelés** a betonozást követően **2 nap** múlva véget ér



Környezeti feltételek:

Utókezelés vége:

Vizsgált időpontok:

Cement fajtája:

Beton szilárdsági osztálya:

Beton adalékanyag fajtája:

Relatív páratartalom 50%

$t_0 = 2$ nap

7 nap, végtelen

CEM I. 52,5 R (R osztály)

C20/25

homokos kavics

Példa a beton zsugorodási alakváltozásának meghatározására

Helyettesítő méret:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 500}{2 \cdot (300 + 500)} = 187,5 \text{ mm}$$

A beton **száradási zsugorodásának** végértéke ($t = \infty$):

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 0,87 \cdot 0,54 = 0,470 \text{ ‰}$$

$$k_h (h_0 = 187,5 \text{ mm}) = 0,87$$

A **száradási zsugorodásból** származó **alakváltozás** végértéke ($t = \infty$):

$$\Delta L_{cd,\infty} = \varepsilon_{cd,\infty} \cdot L = 0,470 \text{ ‰} \cdot 3000 = 1,41 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{cd,0} (\text{C20/25, RH} = 50\%) = 0,54 \text{ ‰}$$

A beton **száradási zsugorodásának** értéke 7 napos korban ($t = 7 \text{ nap}$):

$$\varepsilon_{cd,7} = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = \frac{(7 - 2)}{(7 - 2) + 0,04 \cdot \sqrt{187,5^3}} \cdot 0,87 \cdot 0,54 = 0,022 \text{ ‰}$$

A **száradási zsugorodásból** származó **alakváltozás** 7 napos korban:

$$\Delta L_{cd,7} = \varepsilon_{cd,7} \cdot L = 0,022 \text{ ‰} \cdot 3000 = 0,066 \text{ mm}$$

Példa a beton zsugorodási alakváltozásának meghatározására

A beton **ülepédési zsugorodásának** végértéke ($t = \infty$):

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot (20 - 10) \cdot 10^{-6} = \boxed{0,025\text{‰}}$$

Az **ülepédési zsugorodásból** származó alakváltozás végértéke ($t = \infty$):

$$\Delta L_{ca,\infty} = \varepsilon_{ca,\infty} \cdot L = 0,025\text{‰} \cdot 3000 = \boxed{0,075 \text{ mm}}$$

A beton **ülepédési zsugorodásának** értéke 7 napos korban ($t = 7$ nap):

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = \left[1 - e^{(-0,2 \cdot t^{0,5})}\right] \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = \left[1 - e^{(-0,2 \cdot 7^{0,5})}\right] \cdot 0,025\text{‰} = \boxed{0,009\text{‰}}$$

Az **ülepédési zsugorodásból** származó **alakváltozás 7 napos** korban:

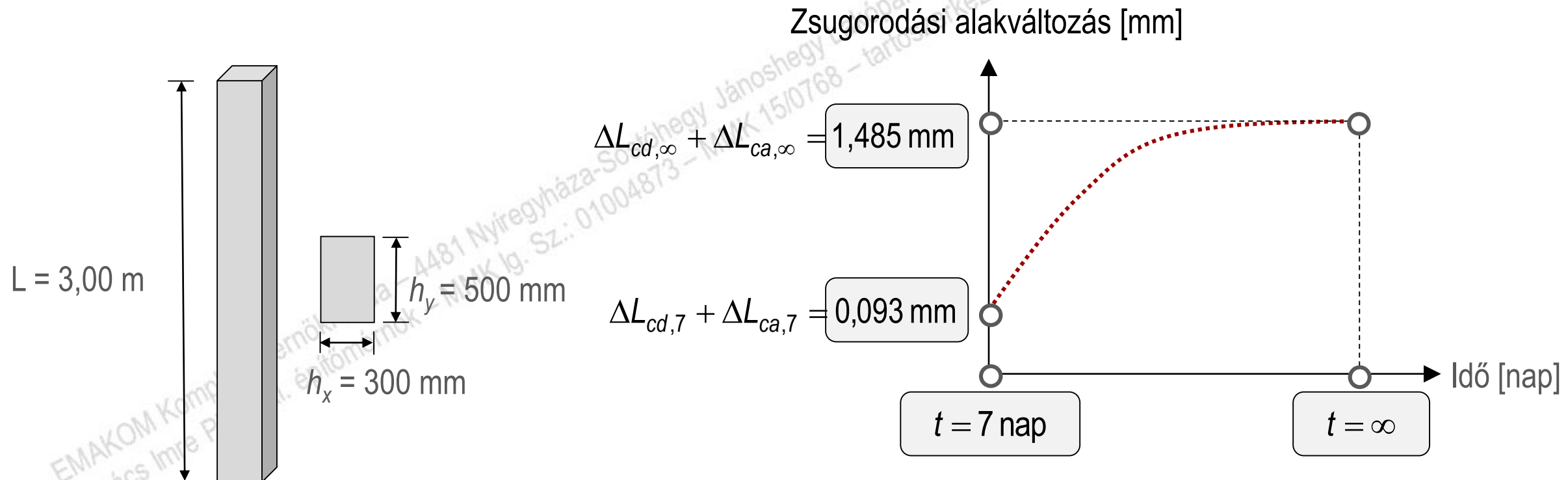
$$\Delta L_{ca,7} = \varepsilon_{ca,7} \cdot L = 0,009\text{‰} \cdot 3000 = \boxed{0,027 \text{ mm}}$$

Példa a beton zsugorodási alakváltozásának meghatározására

A száradási zsugorodás (**1,410 mm**) közel **5%-a** lezajlik az első **7 nap** alatt (**0,066 mm**)!!!

Az ülepedési zsugorodás (**0,075 mm**) mintegy **35%-a** lezajlik az első **7 nap** alatt (**0,027 mm**)!!!

A teljes zsugorodás (**1,485 mm**) mintegy **6%-a** lezajlik az első **7 nap** alatt (**0,093 mm**)!!!



Lineáris hőtágulási együttható – MSZ EN 1992-1-1:2010

Pontosabb adatok hiányában a **lineáris tőtágulási együttható** értéke $10 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{K}$ -re vehető fel.

[MSZ EN 1992-1-1:2010 - 3.1.3 Fejezet – (5) Bekezdés – 30. oldal]

Lineáris hőtágulási tényező:
$$\alpha = \frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{1}{\Delta T}$$



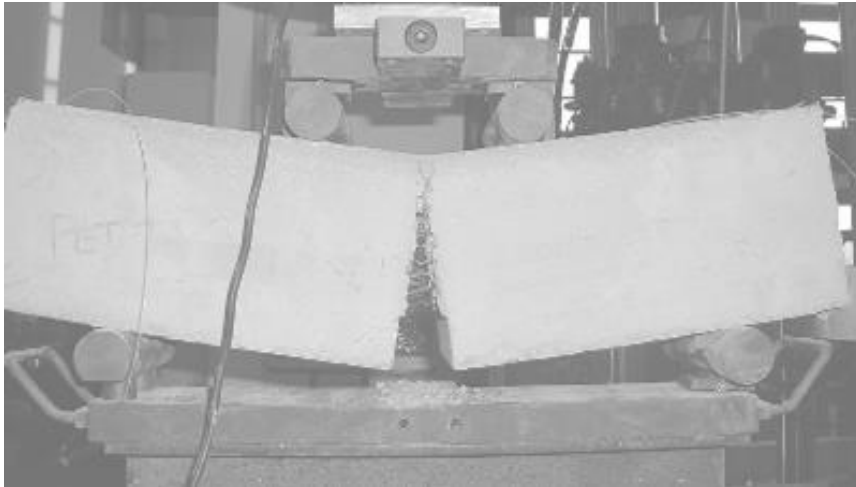
$$T_1$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T$$

Vasbetonszerkezetek

5. Témakör

A szerkezeti beton alakváltozási jellemzői



Köszönöm a figyelmet!

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető főiskolai tanár
tartószerkezeti tervező
tartószerkezeti szakértő
tárgyelőadó



info@emakom.hu
+36 30 743 6865
www.emakom.hu