

# Szálerősítés hatása beton- és vasbetonszerkezetek viselkedésére egytengelyű feszültségállapotban

*-a tapasztalatoktól a modellalkotáson át az ipari alkalmazásokig-*

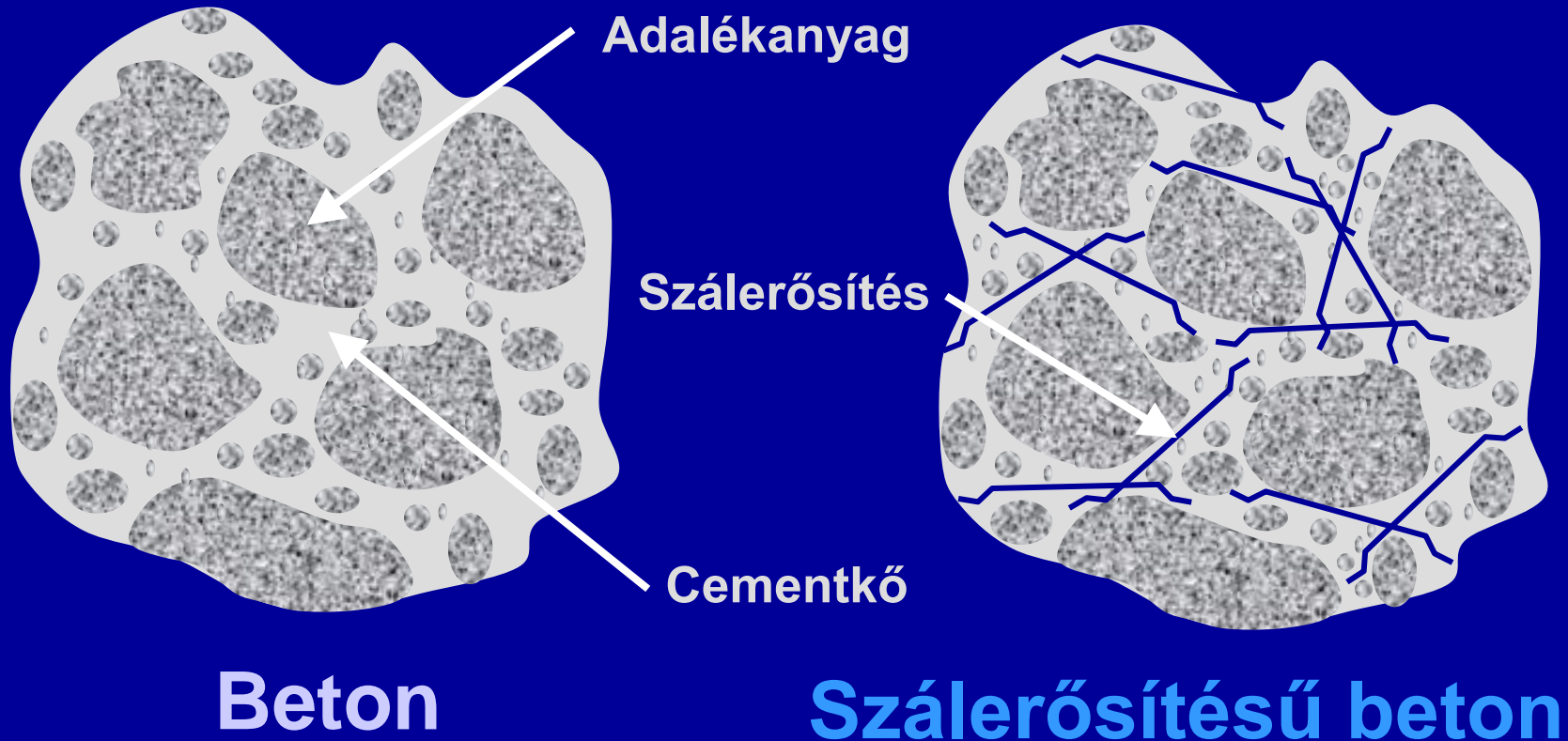
**Kovács Imre**

*intézetigazgató –helyettes, tanszékvezető, főiskolai docens  
a Magyar Építész Kamara tagja, a Magyar Mérnöki Kamara tagja  
a fűb Nemzetközi Betonszövetség Magyar Tagozatának tagja  
az Építéstudományi Egyesület Debreceni Csoportjának titkára*

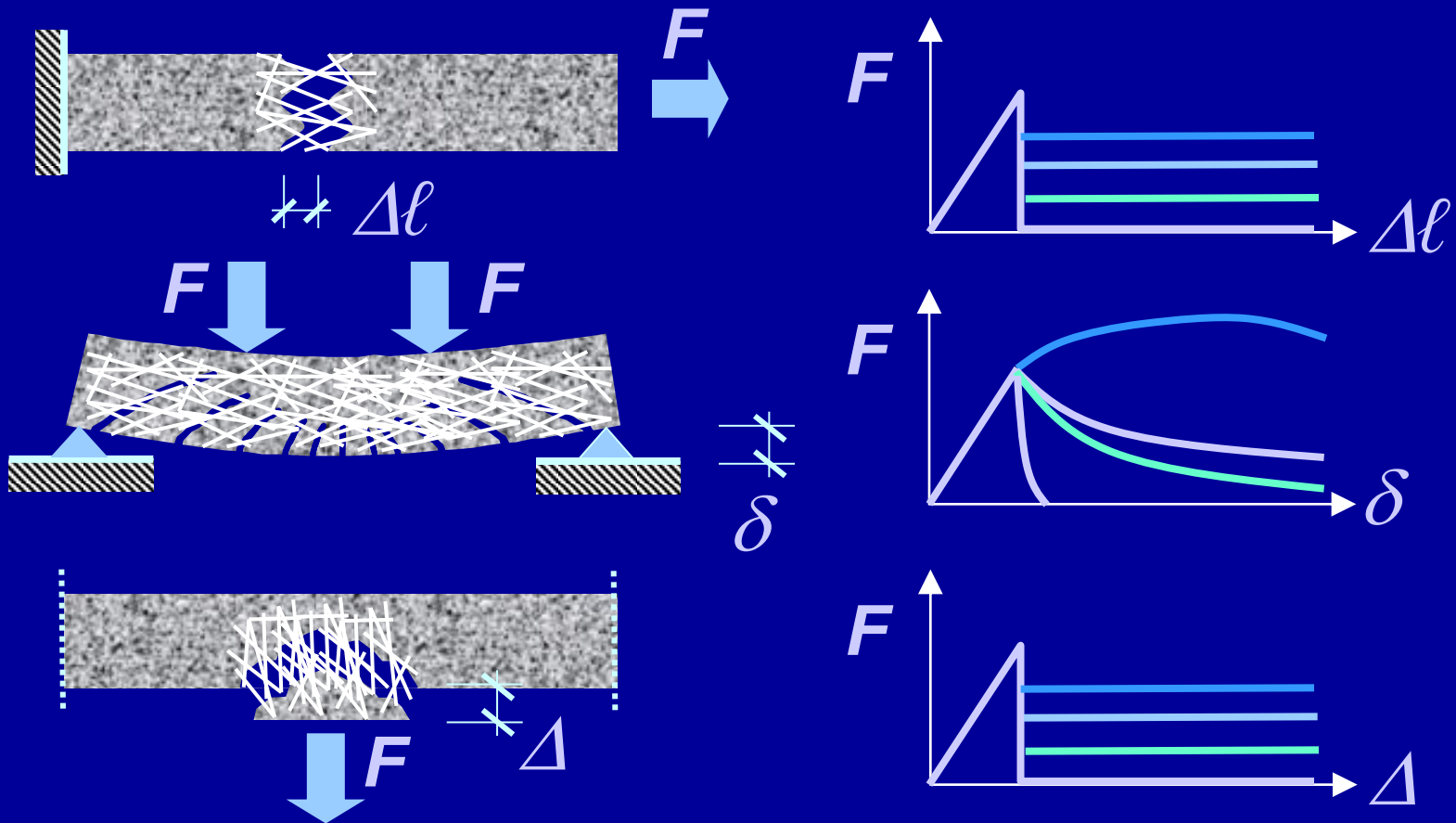
# Az előadás felépítése

- Beton és szálerősítésű beton
- Problémafelvetés
- Kísérleti program
- Mechanikai modell és változatai
- 1-D  $\Leftrightarrow$  3-D
- 2-D alkalmazás
- Ipari felhasználás
- Perspektívák
- Megállapítások

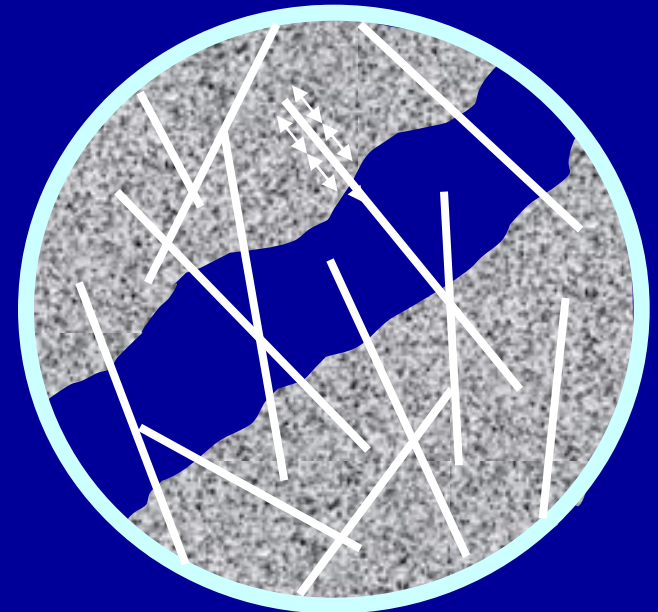
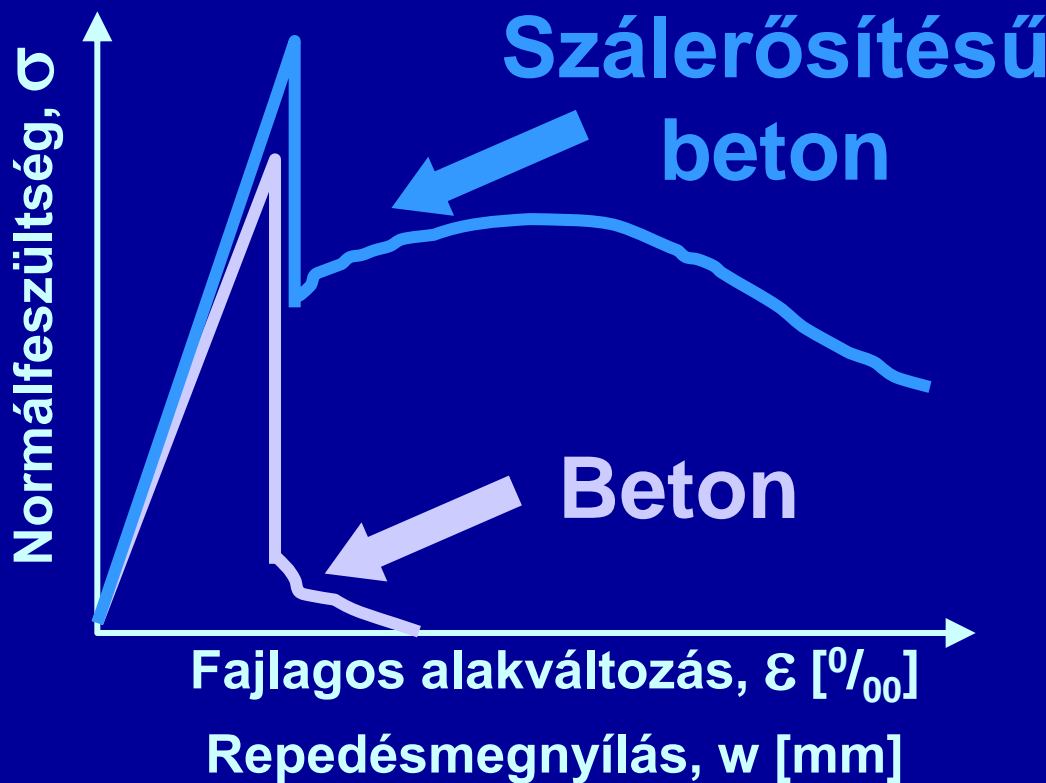
# Beton és szálerősítésű beton



# Jelenség és tapasztalat

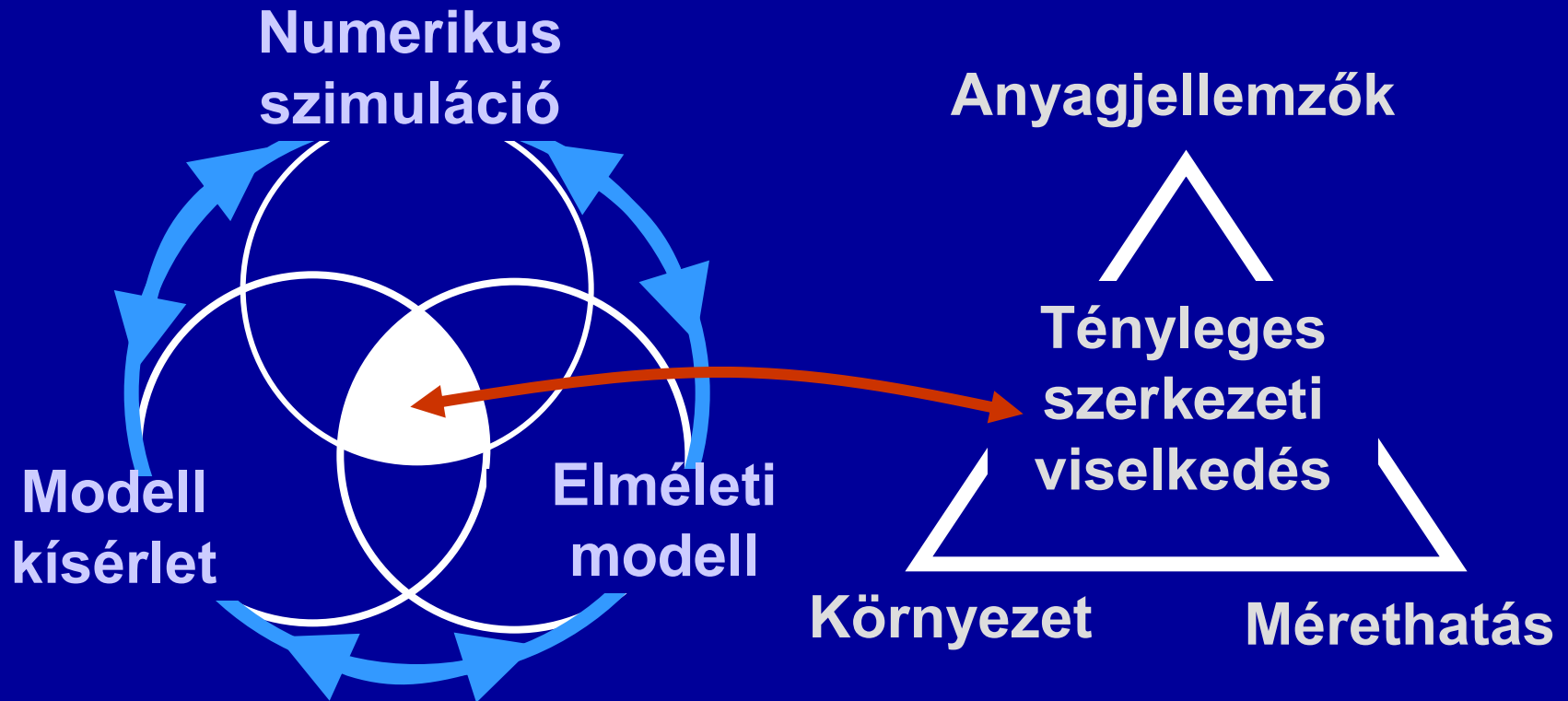


# Magyarázat



## Tapadás

# Szerkezeti modellalkotás



# A kutatást támogató programok

- **MKM 150/94. “Acélszálerősítésű vasbetongerendák viselkedése”**  
BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke (az előadó résztvevő)
- **OTKA 16683 ”Acélszálerősítésű betonok szívóssága”**  
BME Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék (az előadó résztvevő)
- **OTKA T025647 “Acélszálerősítésű vasbeton lemezek átszűrődása”**  
BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke  
BME Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék (az előadó résztvevő)
- **OTKA F025621 “Acélszálerősítésű beton- és vasbetonszerkezetek méretezése”** BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke  
BME Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék  
DE-MFK Mély- és Szerkezetépítési Tanszék (az előadó témavezető)
- **OTKA T025652 “A jövő évszázad betonja”**  
BME Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék  
DE-MFK Mély- és Szerkezetépítési Tanszék (az előadó résztvevő)

# Közreműködő szervezetek

**Debreceni Egyetem Műszaki Főiskolai Kar.....(DE-MFK)**  
Mély- és Szerkezetépítési Tanszék

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem..(BME)**  
Hidak és Szerkezetek Tanszéke  
Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék

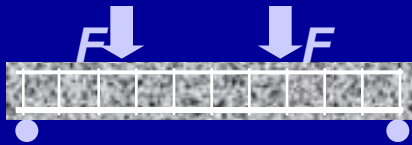
**Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.....(LCPC)**  
Division Béton et Cimant  
Paris, France

**Kungl Tekniska Högskolan.....(RIT)**  
Institutionen För Byggkonstruktion  
Stockholm, Sweden

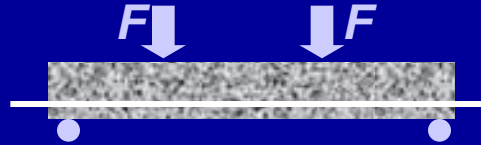


# Modell kísérletek

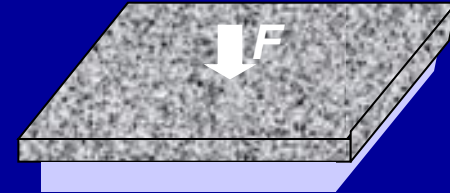
Vasbeton gerenda



Feszítettbeton gerenda



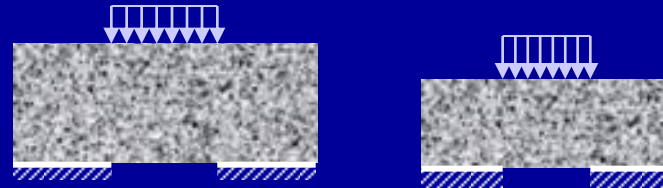
Lemez



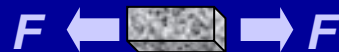
Hajlító-húzó szilárdság vizsgálatok



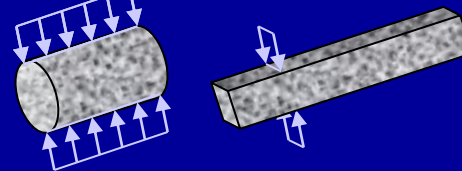
Nyírás- és nyírószilárdság vizsgálatok



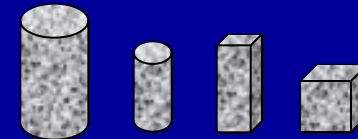
Direkt húzószilárdság vizsgálat



Hasítószilárdság vizsgálatok

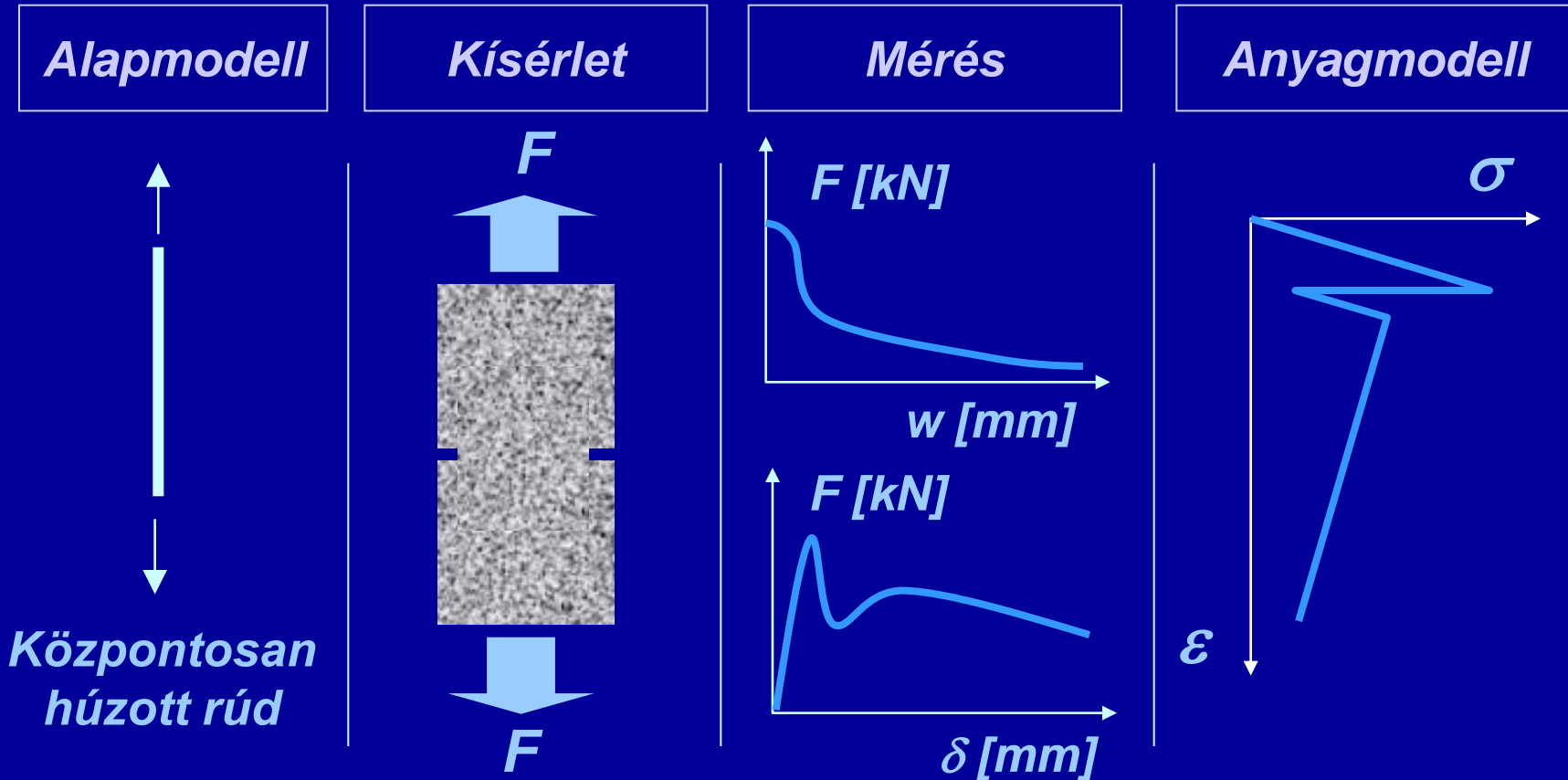


Nyomószilárdság vizsgálatok



# Modell kísérlet

## Direkt húzóvizsgálat → 1-D



# Modell kísérlet

## Direkt húzóvizsgálat → 1-D

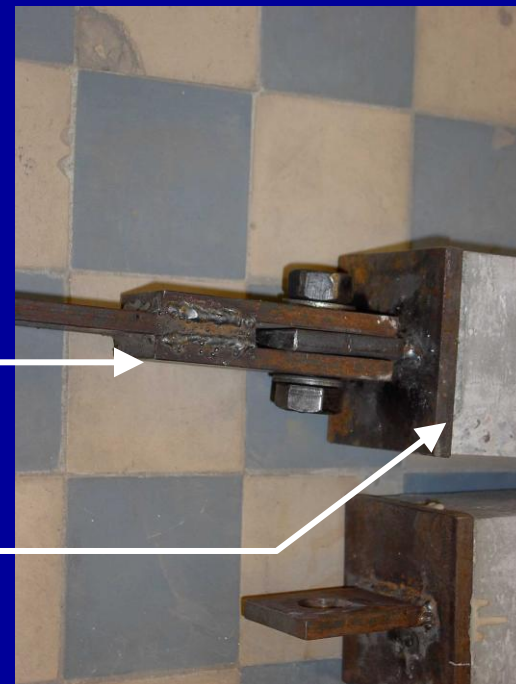


Próbatest

100×100×240 mm

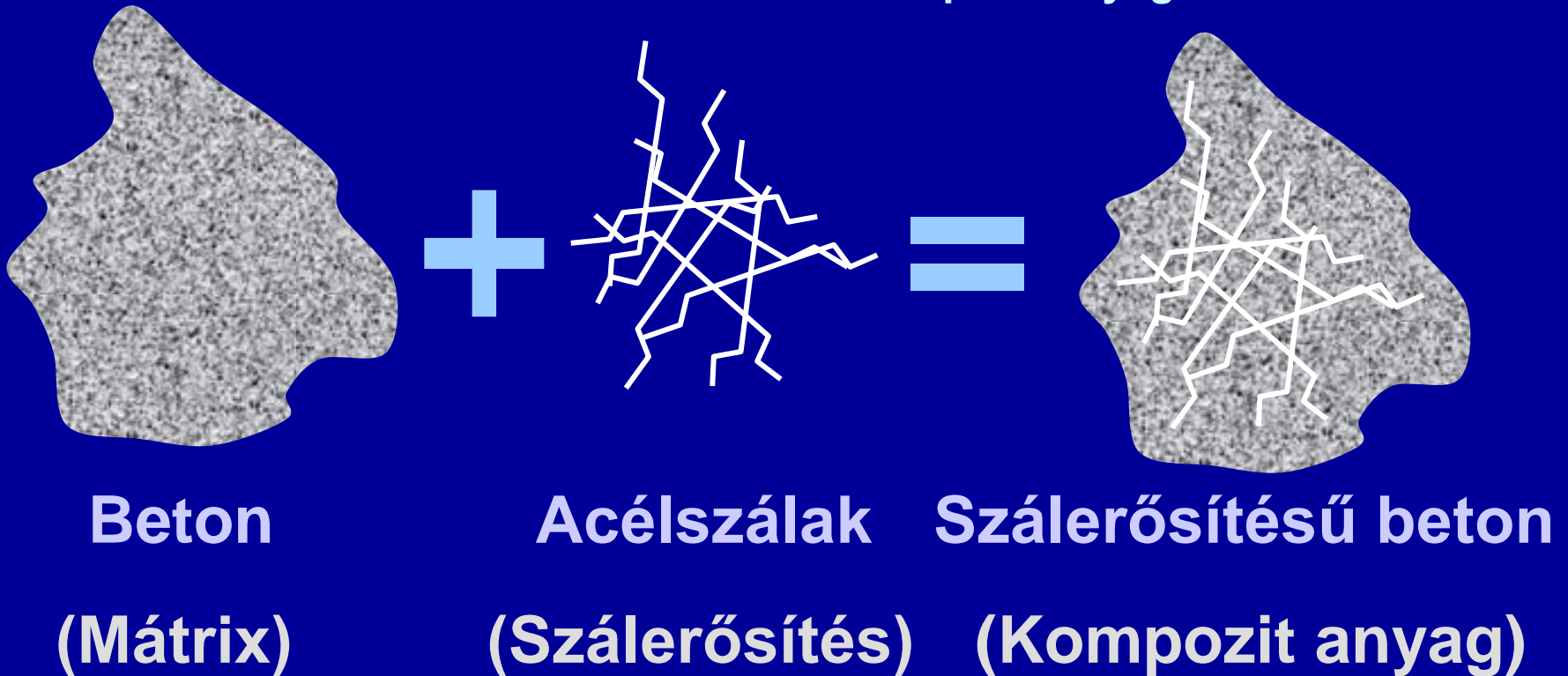
Befogó elem

Ragasztott  
kapcsolat



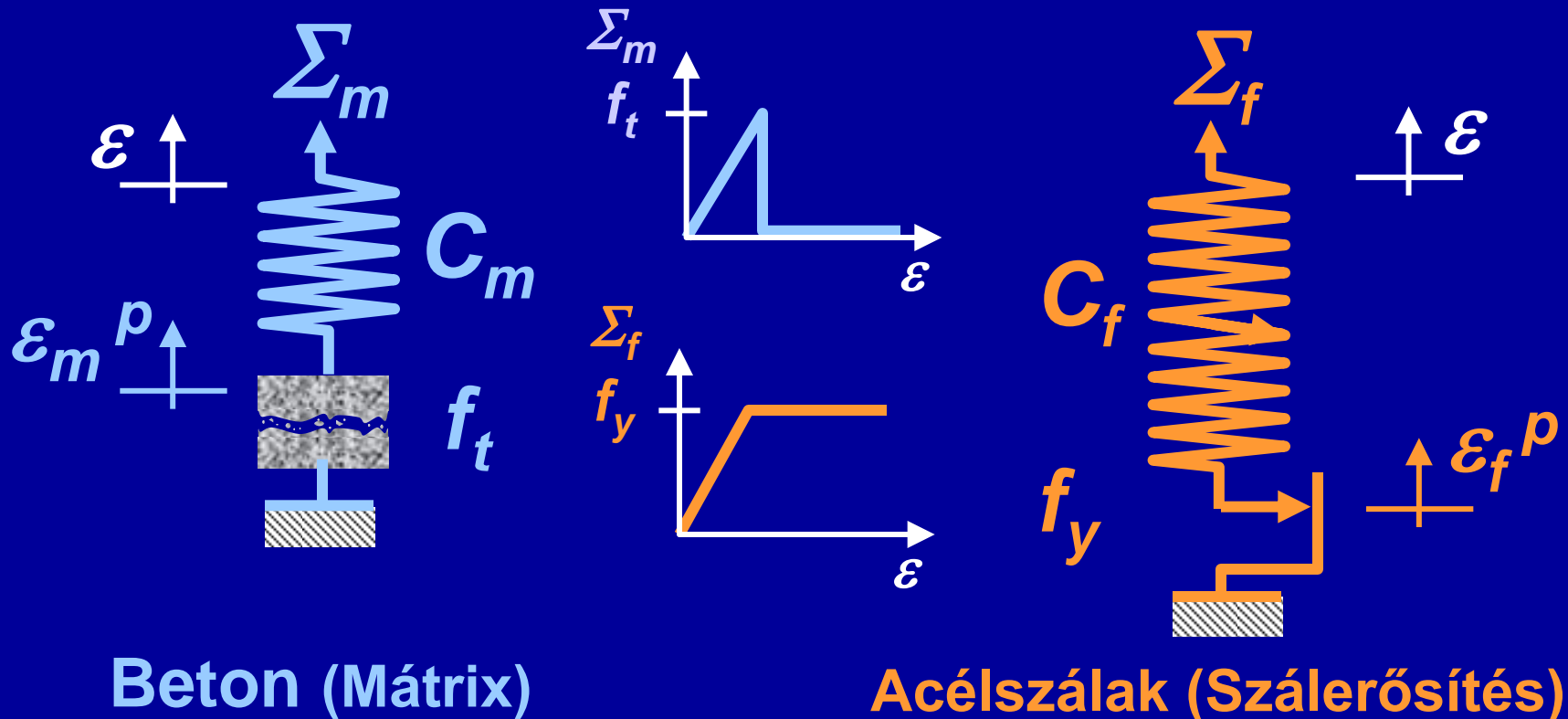
# Elméleti modell alapjai

Szálerősítésű beton mint kompozit anyag



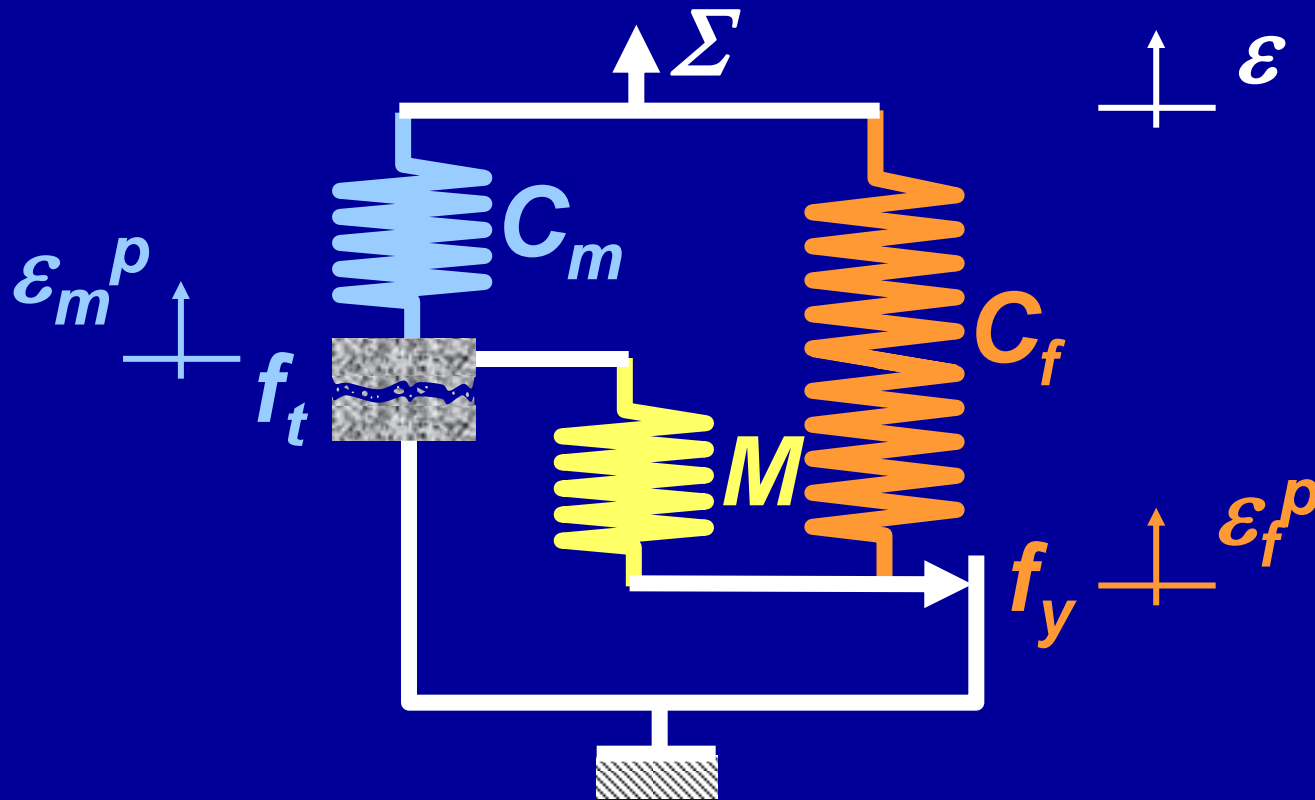
# Elméleti modell összetevői

## Kompozit összetevők mechanikai modelljei

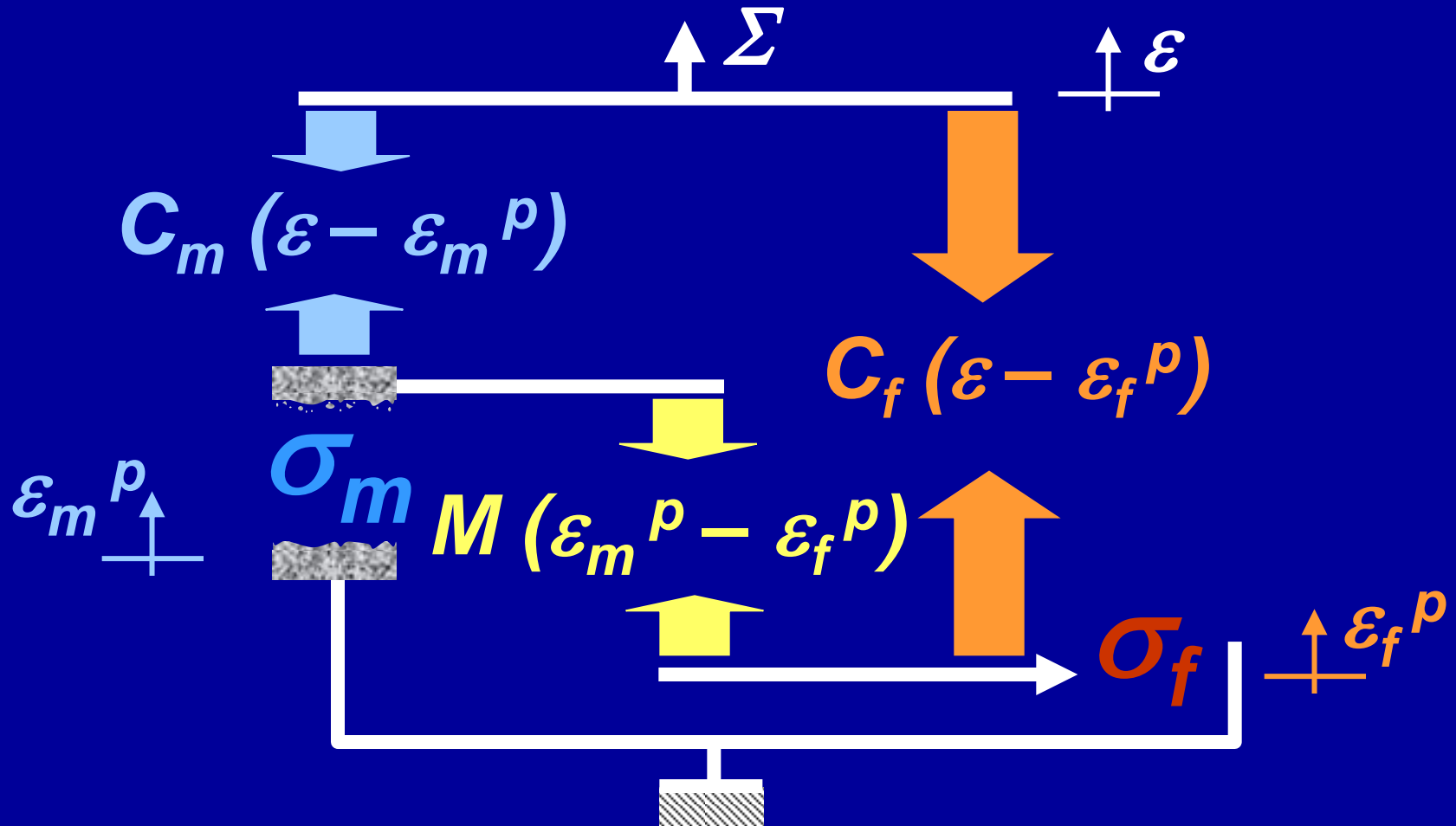


# Elméleti modell

Kompozit anyag mechanikai modellje  
a mátrix és a szálerősítés képlékeny kapcsolatának figyelembe vételével



# ”Force – Flow”



# Feszültség – Fajlagos alakváltozás

Kompozit anyag makroszkopikus és parciális feszültségeinek függvényei a mechanikai modell erőfolyama alapján

$$\sigma_m = C_m (\varepsilon - \varepsilon_m^p) - M (\varepsilon_m^p - \varepsilon_f^p)$$

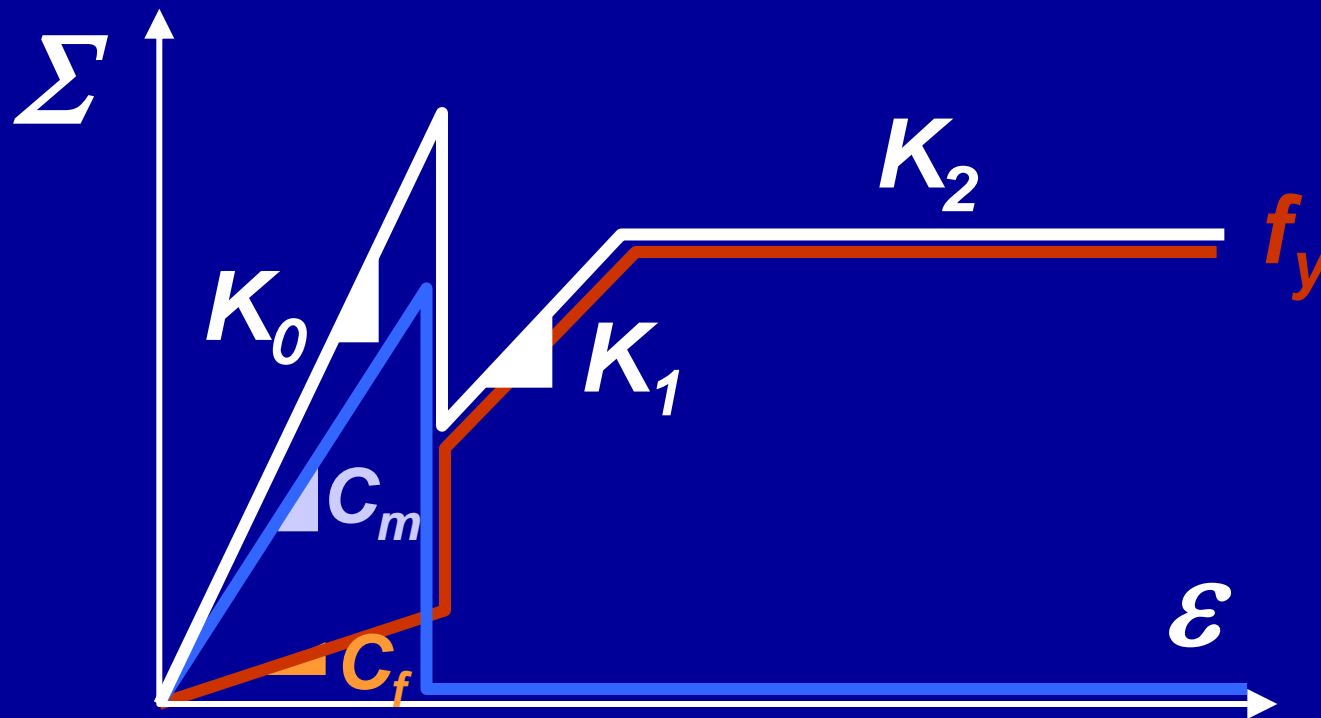
$$\sigma_f = C_f (\varepsilon - \varepsilon_f^p) + M (\varepsilon_m^p - \varepsilon_f^p)$$

$$\Sigma = C_m (\varepsilon - \varepsilon_m^p) + C_f (\varepsilon - \varepsilon_f^p)$$



# Feszültség – Fajlagos alakváltozás

Kompozit anyag makroszkopikus és parciális feszültségeinek függvényei a mechanikai modell erőfolyama alapján



# Kompozit modell paramétere

$C_m$  mátrix merevsége ???

$C_f$  szálerősítés merevsége ???

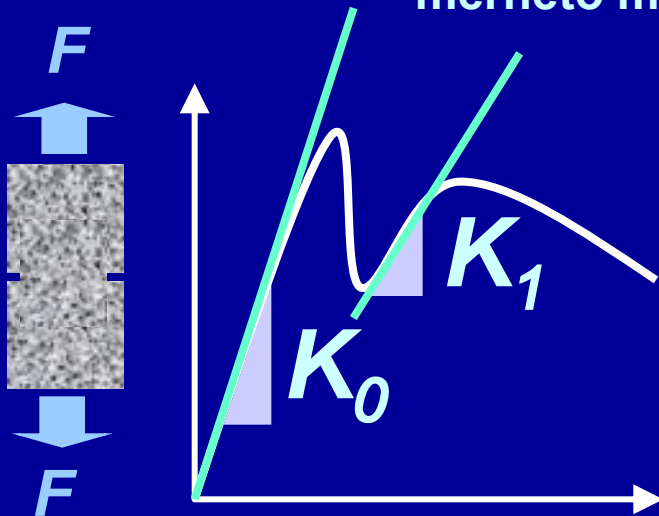
$M$  kapcsolati modulus ???

$f_t$  mátrix húzószilárdsága ???

$f_y$  szálerősítés húzószilárdsága ???

# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell M paraméterének meghatározása kísérleti úton mérhető mennyiségek segítségével



Mechanikai modell alapján:

$$K_0 = C_m (1 + \rho)$$

$$K_1 = C_m \left[ \rho + \frac{M}{C_m + M} \right]$$

Kísérleti eredmények alapján:

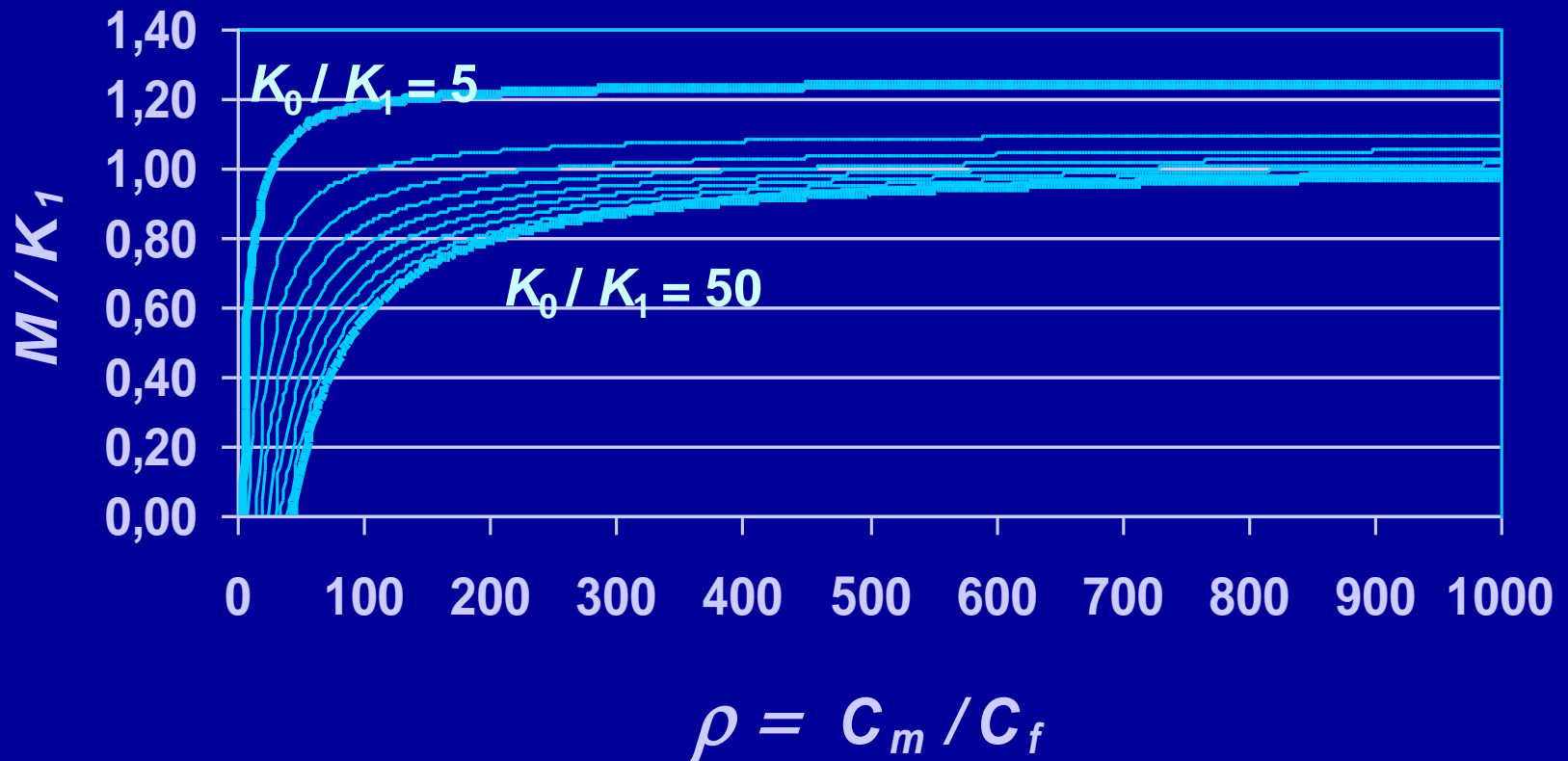
Mérhető értékek:  $K_0, K_1$

Felvett paraméter:  $\rho = C_m / C_f$

$$M = K_1 \frac{1 + \rho (1 - K_0 / K_1)}{(1 + \rho)^2 (1 - K_1 / K_0)}$$

# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell  $M$  paraméterének aszimptotikus jellege



# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell  $M$  paramétere mérhető mennyiségek függvénye

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} K_0 = \lim_{\rho \rightarrow \infty} C_m (1 + \rho) = C_m$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} K_1 = \lim_{\rho \rightarrow \infty} C_m \left( \rho + \frac{M}{C_m + M} \right) = \frac{C_m M}{C_m + M}$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} M = \frac{K_0 K_1}{K_0 - K_1}$$

# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell  $C_m$ ,  $C_f$ ,  $M$  paramétereinek meghatározása a mechanikai modell alapösszefüggései és a kísérleti megfigyelések tapasztalatai alapján

Az ipari alkalmazások kis szálmennyiségei esetén (0,2 V% - 0,4 V%):

$C_f$  elhanyagolható nagyságrendű:

$$\lim C_f = 0 \quad \text{ha} \quad \rho = C_m/C_f \rightarrow \infty$$

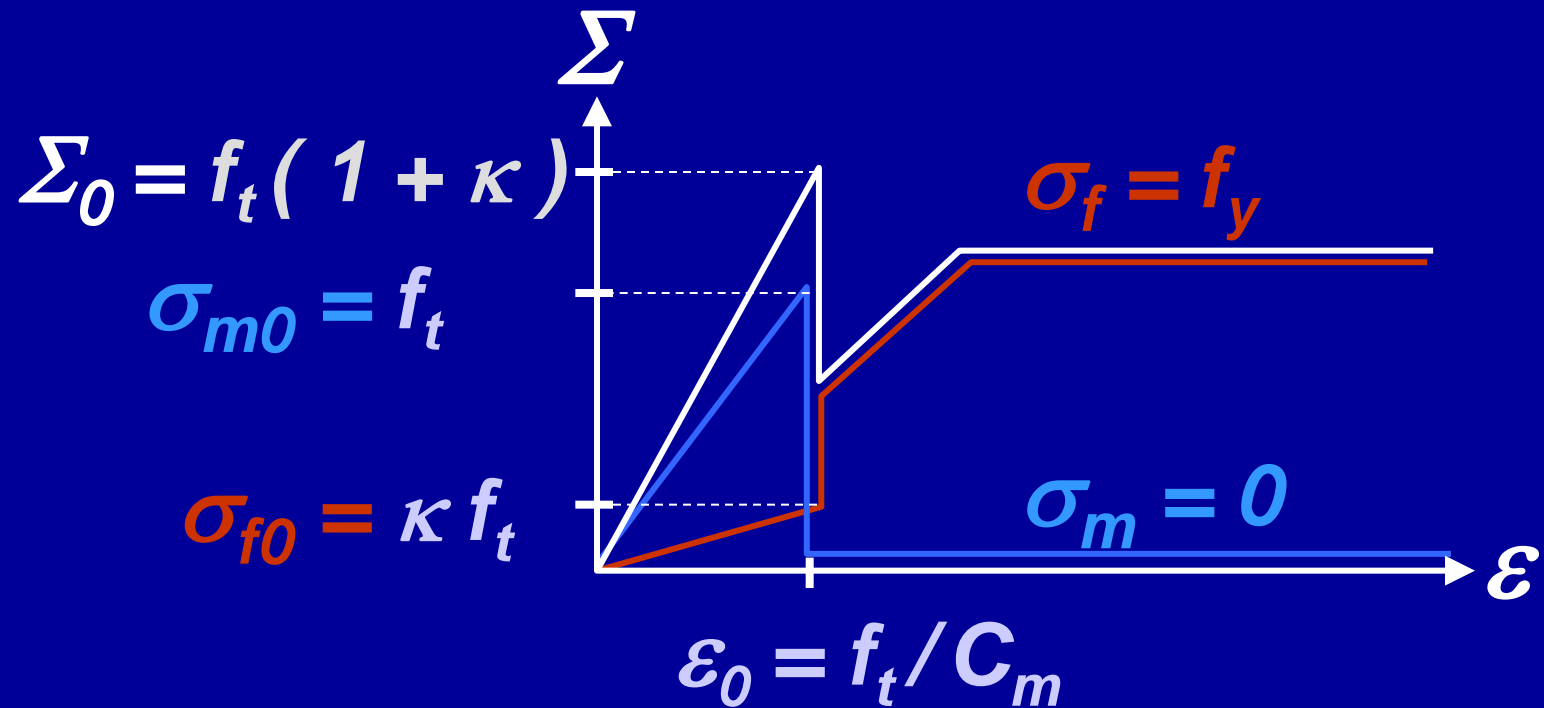
$C_m$  megegyezik a közvetlenül mérhető rugalmassági modulussal:

$$\lim C_m = K_0 \quad \text{ha} \quad \rho = C_m/C_f \rightarrow \infty$$

$M$  kifejezhető a mérhető rugalmassági modulus ( $K_0$ ), valamint a repedés utáni érintő modulus ( $K_1$ ) függvényében

# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell  $f_t$ ,  $f_y$ , szilárdsági paraméterei a mechanikai modell alapösszefüggései alapján



# Modellparaméterek

Kompozit anyagmodell  $f_t$ ,  $f_y$ , szilárdsági paramétereinek meghatározása a mechanikai modell alapösszefüggései és a kísérleti megfigyelések tapasztalatai alapján

Az ipari alkalmazások kis szálmennyiségei esetén (0,2 V% - 0,4 V%):

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} \Sigma_0 = \lim_{\kappa \rightarrow 0} f_t (1 + \kappa) = f_t \quad \text{ahol } \kappa = C_f / C_m$$

A mechanikai modell tükrözi a kísérleti megfigyelések tapasztalatait, azaz a szálerősítésű beton húzószilárdsága megegyezik a beton mint mátrix húzószilárdságával.

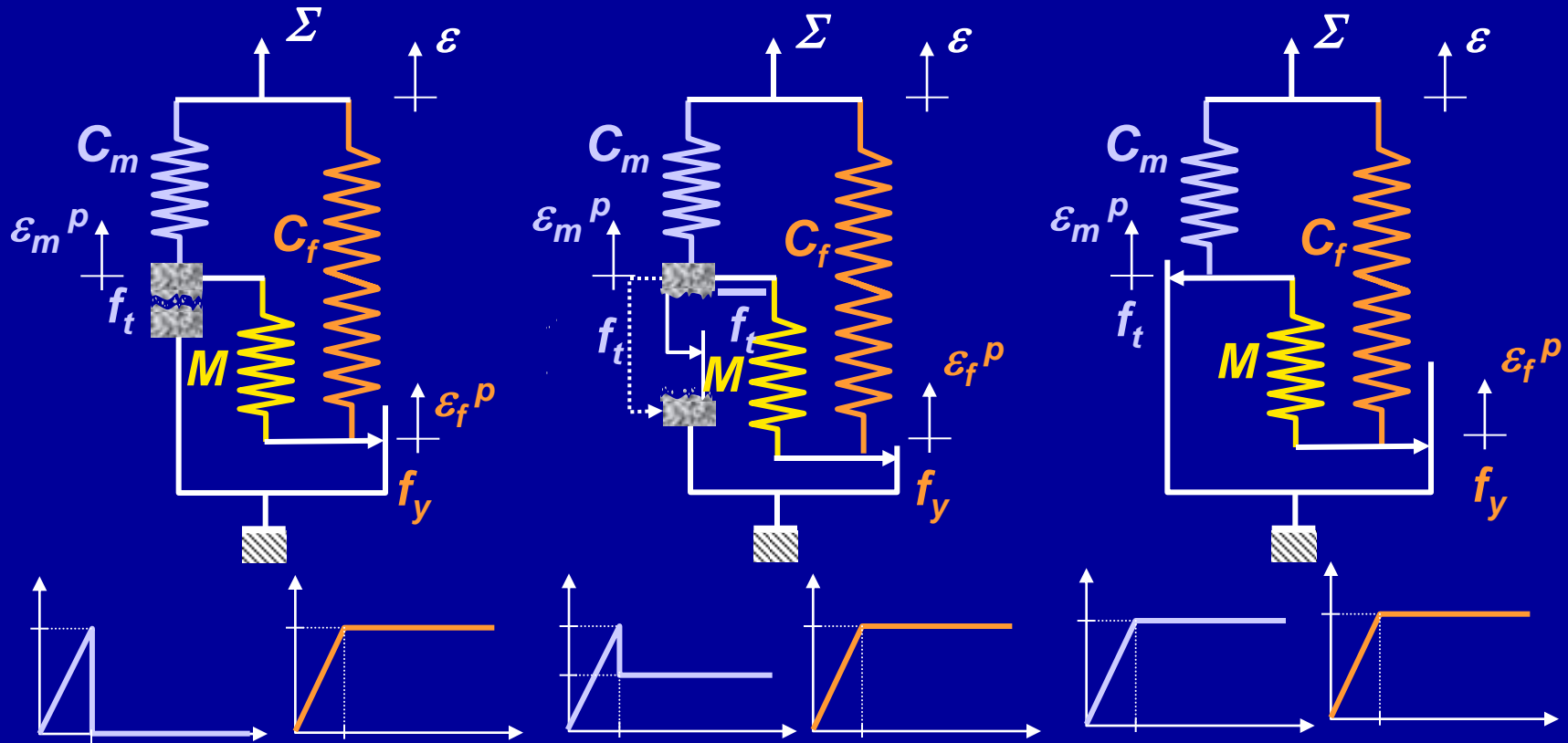
$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} \sigma_{f0} = \lim_{\kappa \rightarrow 0} \kappa f_t = 0 \quad \text{ahol } \kappa = C_f / C_m$$

Rugalmas állapotban a szálerősítésben keletkező normálfeszültségek elhanyagolhatók. A szálerősítés húzószilárdsága a kihúzószilárdsággal azonos.



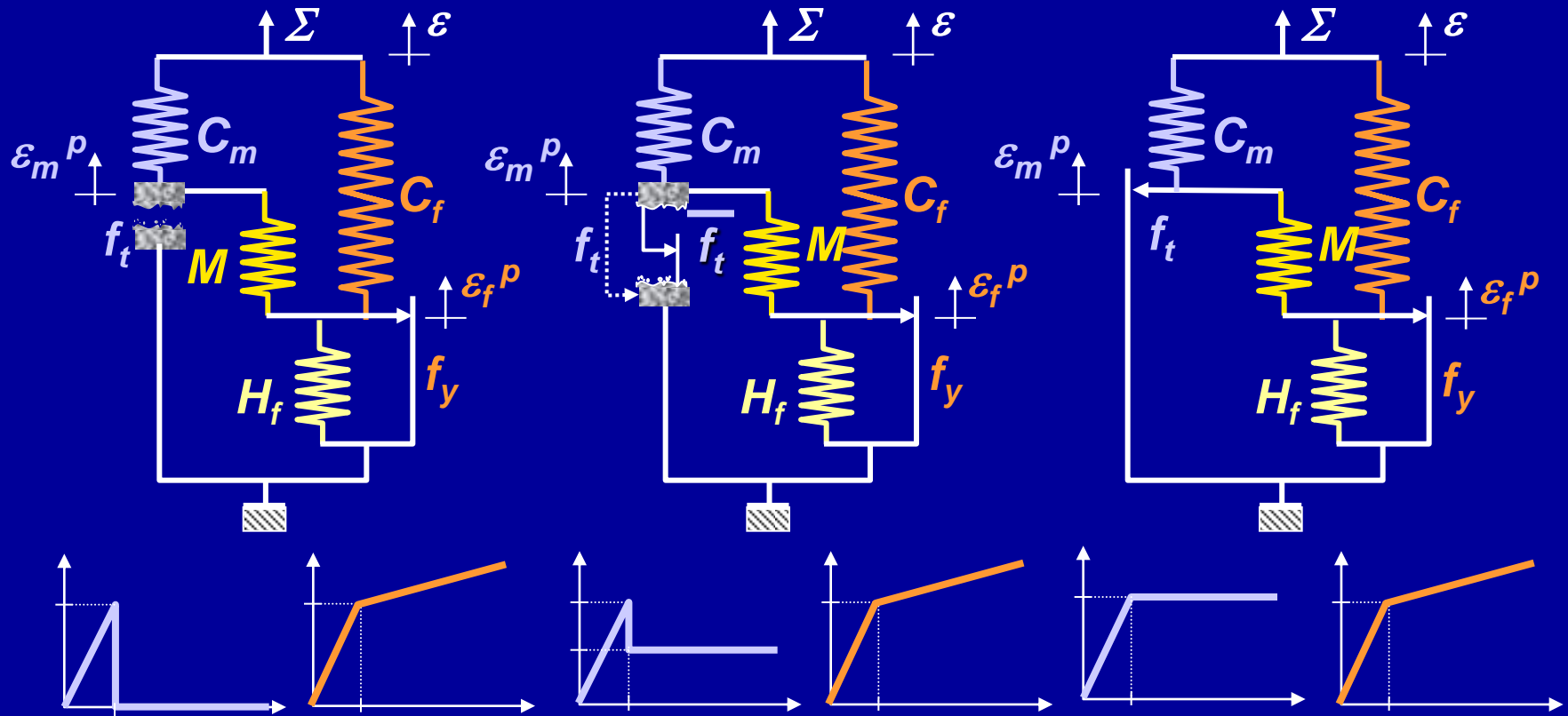
# Modellváltások

A kompozit alkotórészek különböző mechanikai anyagmodelljei alapján



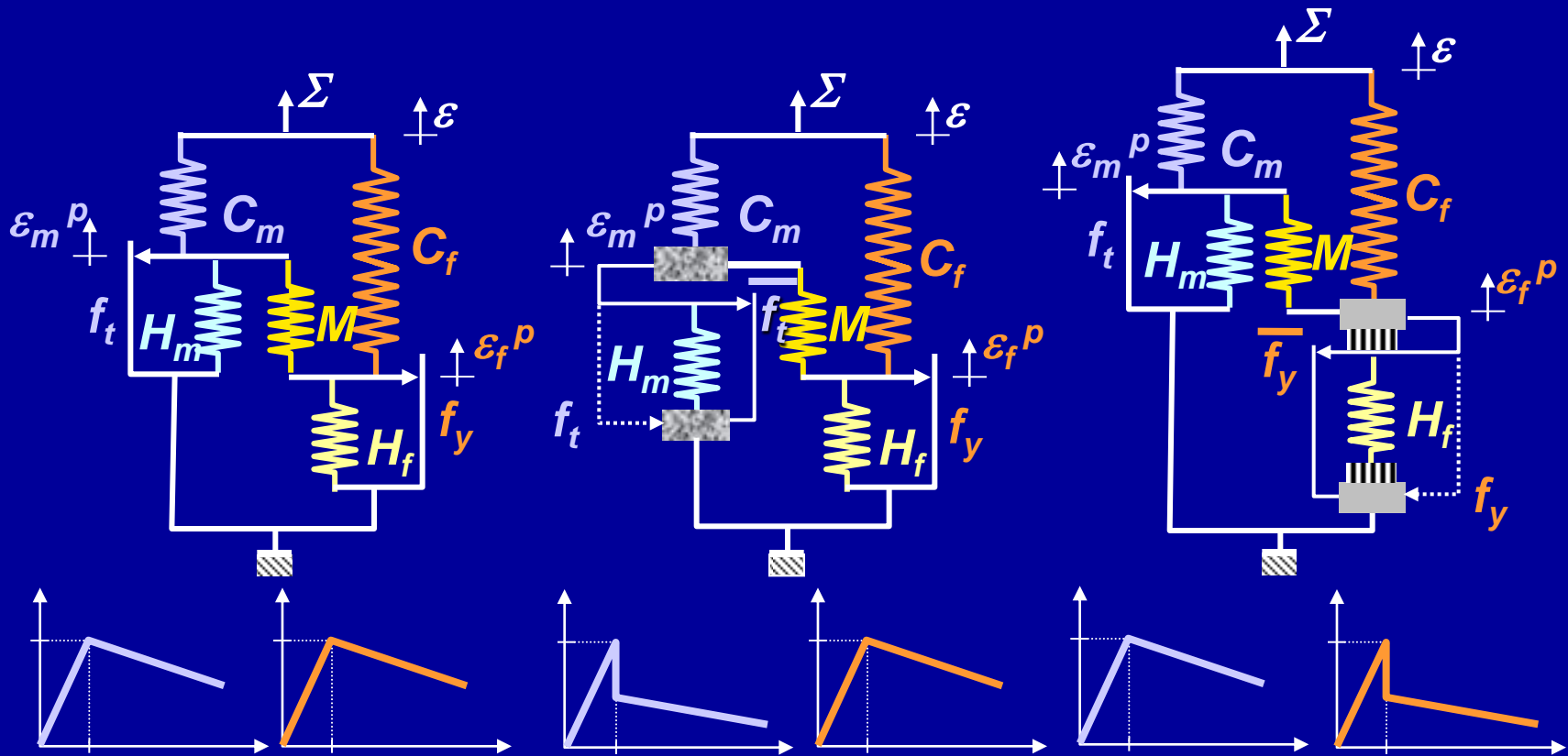
# Modellváltások

A kompozit alkotórészek különböző mechanikai anyagmodelljei alapján



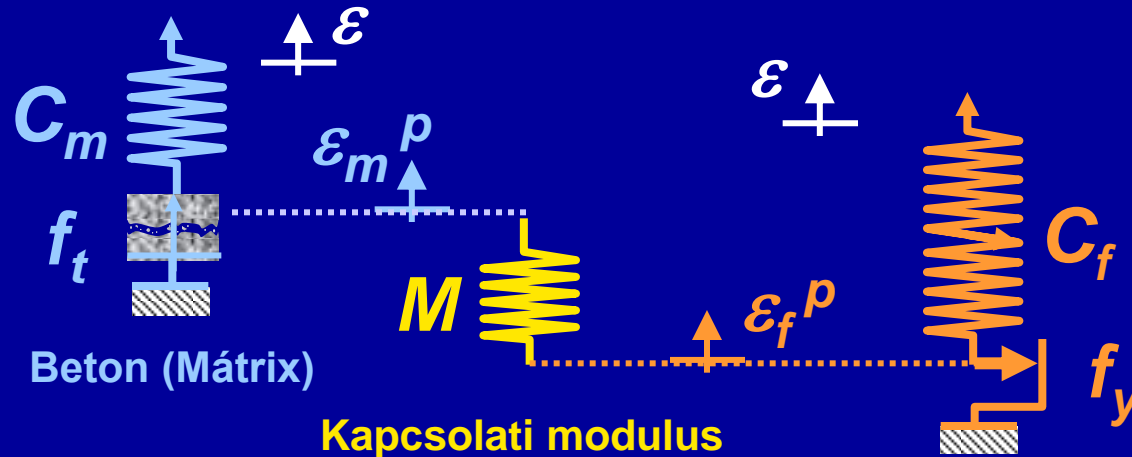
# Modellváltások

A kompozit alkotórészek különböző mechanikai anyagmodelljei alapján



# 1-D Termodinamika

Az általánosított (3-D) anyagmodell termodinamikai, energetikai alapja



Helmholtz féle energiafüggvény:

Acélszálak (Szálerősítés)

$$\Psi = \frac{1}{2} C_m (\varepsilon - \varepsilon_m^p)^2 + \frac{1}{2} M (\varepsilon_m^p - \varepsilon_f^p)^2 + \frac{1}{2} C_f (\varepsilon - \varepsilon_f^p)^2$$

Clausius-Duhem egyenlőtlenség:

$$\varphi dt = \Sigma d\varepsilon - d\Psi \geq 0 \quad \rightarrow \quad \varphi dt = \sigma_m d\varepsilon_m^p + \sigma_f d\varepsilon_f^p$$

# 1-D Termodinamika

Az  $M$  kapcsolati modulust a Maxwell szimmetria definiálja

$$C_m + C_f = \frac{\partial \Sigma}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon^2}$$

$$C_m = \frac{\partial \Sigma}{\partial \varepsilon_m^p} = \frac{\partial \sigma_m}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon \partial \varepsilon_m^p}$$

$$C_f = \frac{\partial \Sigma}{\partial \varepsilon_f^p} = \frac{\partial \sigma_f}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon \partial \varepsilon_f^p}$$

$$M = \frac{\partial \sigma_m}{\partial \varepsilon_f^p} = \frac{\partial \sigma_f}{\partial \varepsilon_m^p} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon_m^p \partial \varepsilon_f^p}$$

# 3-D Termodinamika

A termodinamikai, energetikai módszer segítségével az 1-D modell skalár paraméterei az általánosított 3-D modellben azok tenzoriális megfelelőivel azonosítjuk

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \left( \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m + \underline{\underline{\mathbf{C}}}_f \right) \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m \underline{\underline{\varepsilon}}^p_m - \underline{\underline{\mathbf{C}}}_f \underline{\underline{\varepsilon}}^p_f$$

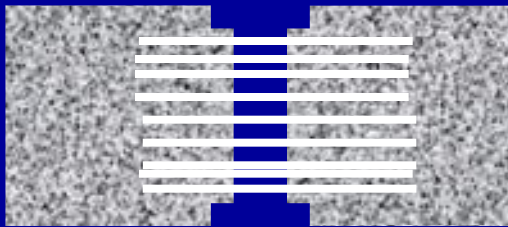
$$\underline{\underline{\sigma}}_m = - \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p_m} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m \underline{\underline{\varepsilon}} - \left( \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m + \underline{\underline{\mathbf{M}}}_m \right) \underline{\underline{\varepsilon}}^p_m + \underline{\underline{\mathbf{M}}}_m \underline{\underline{\varepsilon}}^p_f$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_f = - \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p_f} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}_f \underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{\mathbf{M}}}_f \underline{\underline{\varepsilon}}^p_m - \left( \underline{\underline{\mathbf{C}}}_f + \underline{\underline{\mathbf{M}}}_f \right) \underline{\underline{\varepsilon}}^p_f$$

# 3-D Termodinamika

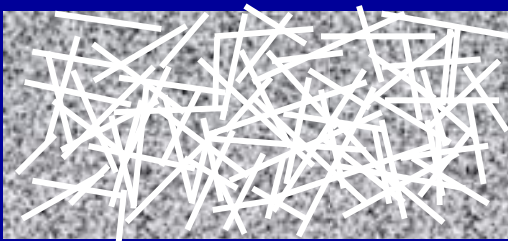
Az  $M$  kapcsolati modulus általánosított 3-D alakja

1 - D



$M = \text{skalár}$

3 - D



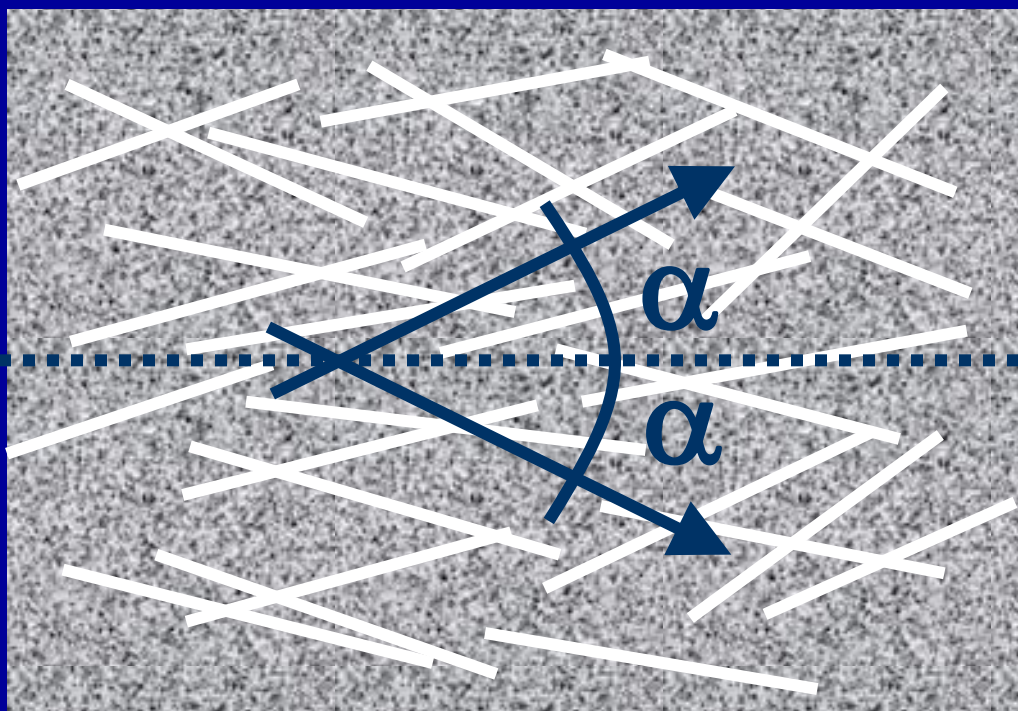
$$M = \sum_{f=1}^n M e_f \otimes e_f \otimes e_f \otimes e_f$$

≡



# 2-D Alkalmazás

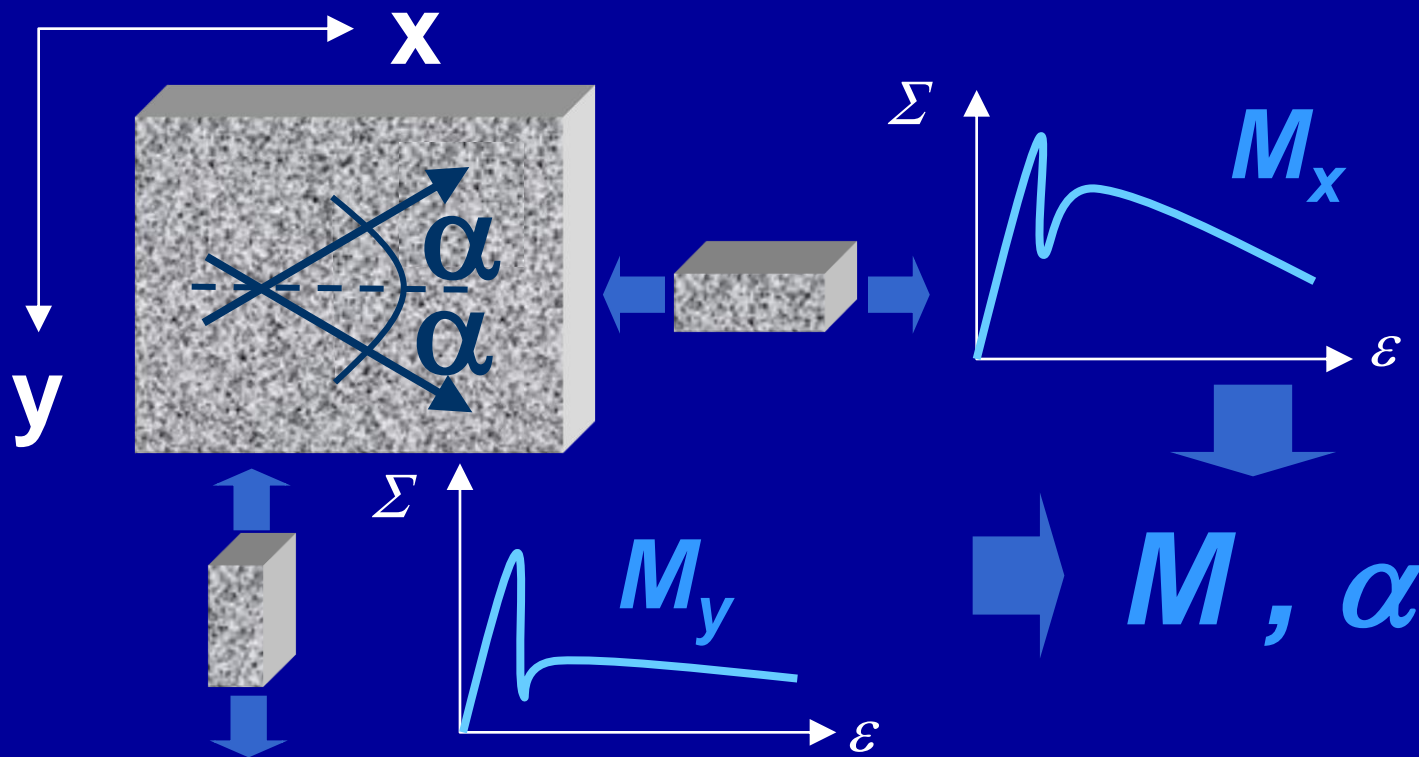
## Szálorientáció kérdése és meghatározása felületszerkezetekben





# 2-D Alkalmazás

Szálorientáció kérdése és meghatározása felületszerkezetekben

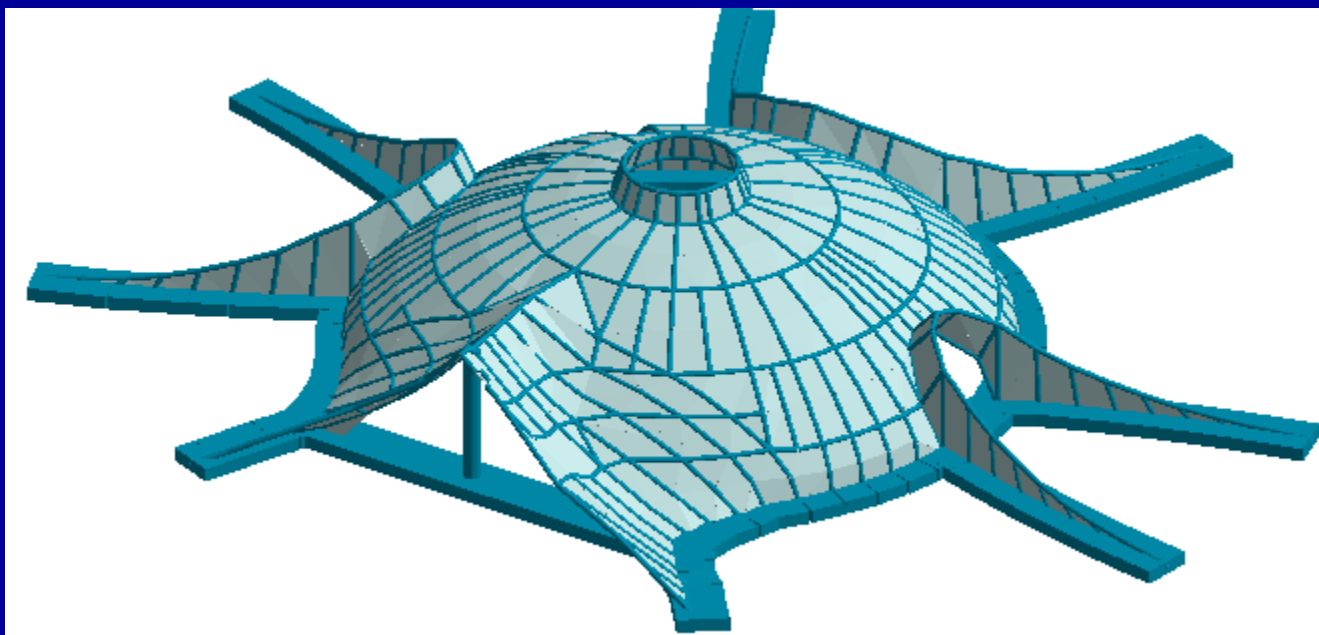


# Ipari alkalmazás

SZABADALMI ELJÁRÁS P0302702

KASSAI Zsolt és KOVÁCS Imre

*Eljárás kettősfalú két szórt monolit ferrocement kéreggel együttműködő  
közbenső réteggel rendelkező teherhordó szendvics szerkezetű  
épületek és egyéb építmények építésére*



# Perspektívák

- ✱ Szálerősítésű betonok anyagmodelljeinek karakterizálása, ahol  $M$  a
  - ★ száltípus,
  - ★ száltartalom,
  - ★ betonkeverék összetétele,
  - ★ betonszilárdság, stb. függvénye
- ✱ Méretezési eljárások kidolgozása szerkezeti elemek méretezése céljából
- ✱ Szabványosítás

# Perspektívák

- ✱ 1 – D → 3 – D teljes kidolgozása
- ✱ Numerikus implementálás → VEM
  - ✱ rideg viselkedés numerikus kezelése
  - ✱  $M$  kapcsolati modulus tenzora
  - ✱  $\sigma - w$  diszkrét módszer alkalmazása
  - ✱  $\sigma - \varepsilon$  kontinuum módszer alkalmazása
- ✱ Adaptálás szálerősítésű kompozitokra
- ✱ Alkalmazás kompozitnak tekinthető szerkezetek vizsgálatára

# Megállapítások

- ✱ Mechanikai modellt dolgoztam ki szálerősítésű betonok anyagmodelljének felállítására
- ✱ A mechanikai és termodinamikai úton meghatározott  $\sigma - \varepsilon$  diagramm kellő pontossággal képes követni az anyag viselkedését egytengelyű húzás esetén
- ✱ Általánosított 3–D anyagmodell termodinamikai úton megoldható
- ✱ 2-D esetben alkalmas az anizotrópia jellemzésére (2 húzókísérlet!!!)

# Megállapítások

- ✿ **Megmutattam, hogy a modellparaméterek a legegyszerűbb modell esetében mérhető mennyiségekből könnyen levezethetők**
- ✿ **A mérhető mennyiségek kisszámú kísérlettel meghatározhatók (1 húzókísérlet!!!)**
- ✿ **A mechanikai modell figyelembe tud venni különböző alkotóelem-anyagmodelleket (felkeményedés – felpuhulás)**
- ✿ **A matematikai modell részletes kidolgozása után a modell alkalmas numerikus implementálásra**

# Szálerősítés hatása beton- és vasbetonszerkezetek viselkedésére egytengelyű feszültségállapotban

*-a tapasztalatoktól a modellalkotáson át az ipari alkalmazásokig-*

## **Kovács Imre**

*intézetigazgató –helyettes, tanszékvezető, főiskolai docens  
a Magyar Építész Kamara tagja, a Magyar Mérnöki Kamara tagja  
a fib Nemzetközi Betonszövetség Magyar Tagozatának tagja  
az Építéstudományi Egyesület Debreceni Csoportjának titkára*