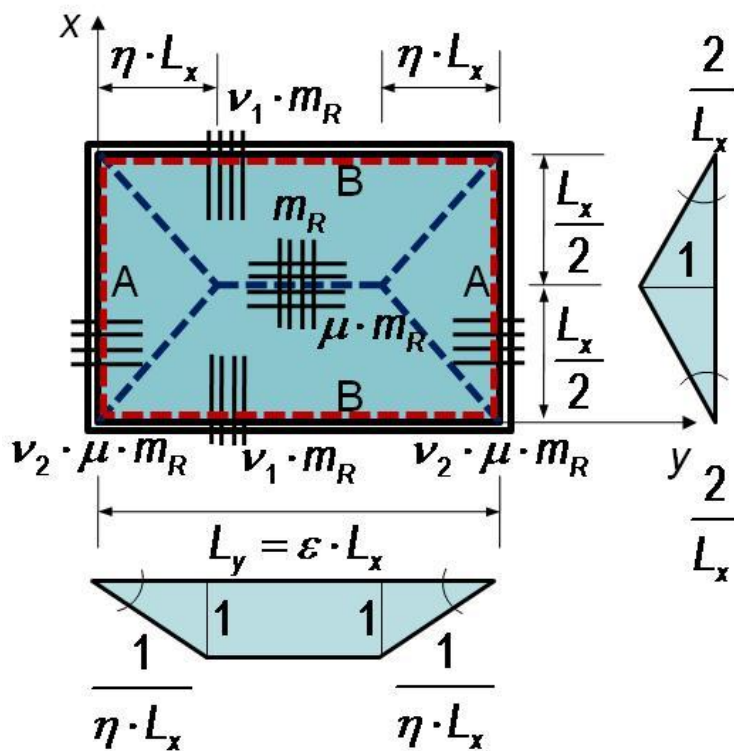


2011.

Vasbetonszerkezetek

Kétirányban teherviselő lemezmező törőterhe
- Segédlet -



Dr. Kovács Imre
tanszékvezető
főiskolai tanár

Vasbetonszerkezetek

Kétirányban teherrel ellátott lemezmező törőterhe - Segédlet -

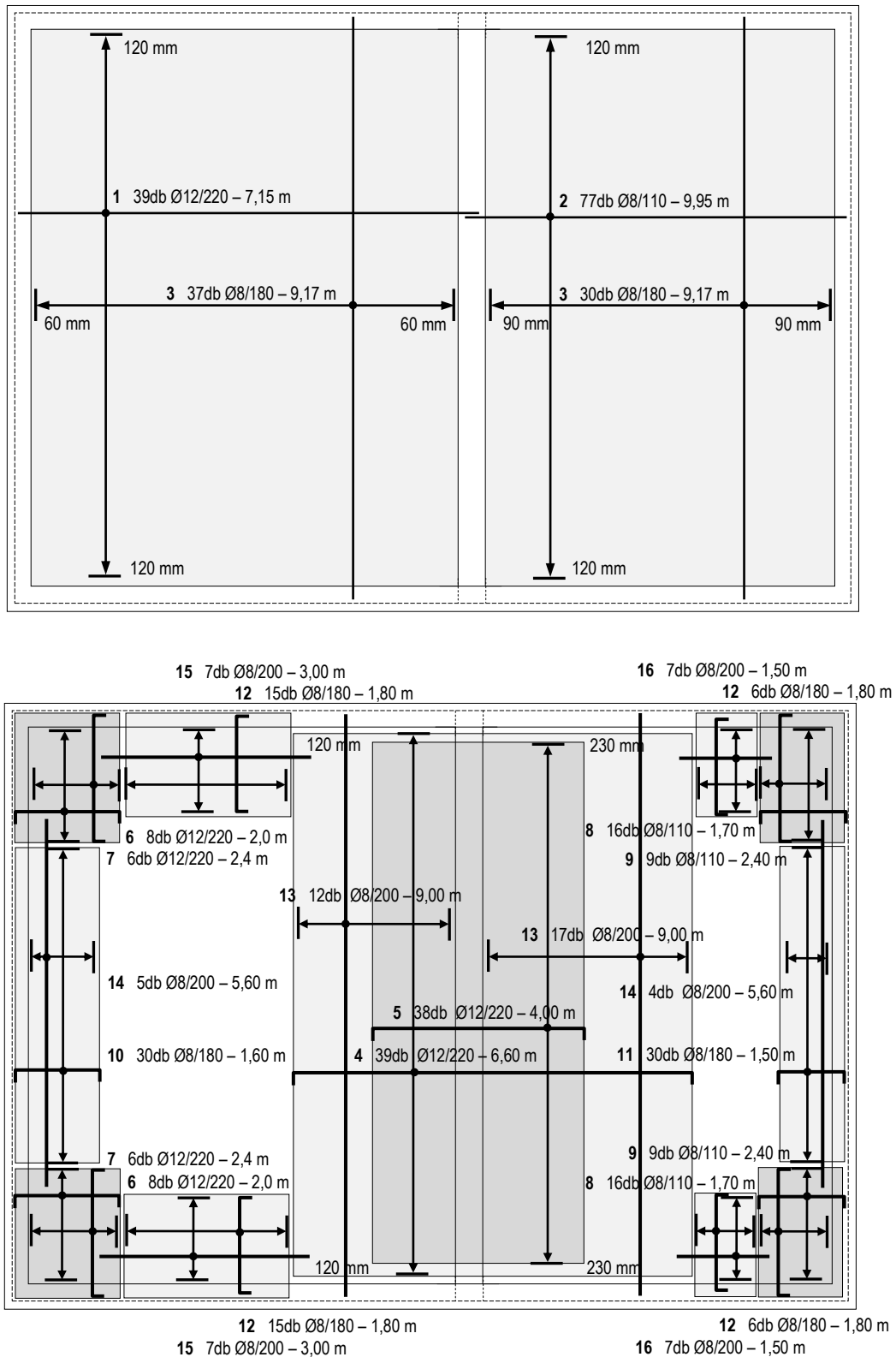
Dr. Kovács Imre
tanszékvezető
főiskolai tanár

Tartalomjegyzék

1.0	Kiindulási adatok	7
2.0	Törőteher számítása a törésvonalak helyzetének pontos meghatározása alapján	9
3.0	Törőteher számítása a törésvonalak helyzetének közelítő felvétele alapján	16
	3.1 Szimmetrikus törésvonalkép	16
	3.2 Aszimmetrikus törésvonalkép	17
4.0	Összefoglalás	19

1.0 Kiindulási adatok

A korábban megtervezett kétirányban teherviselő összetett lemezmező vasalási vázlatát az **1. ábra** foglalja össze.



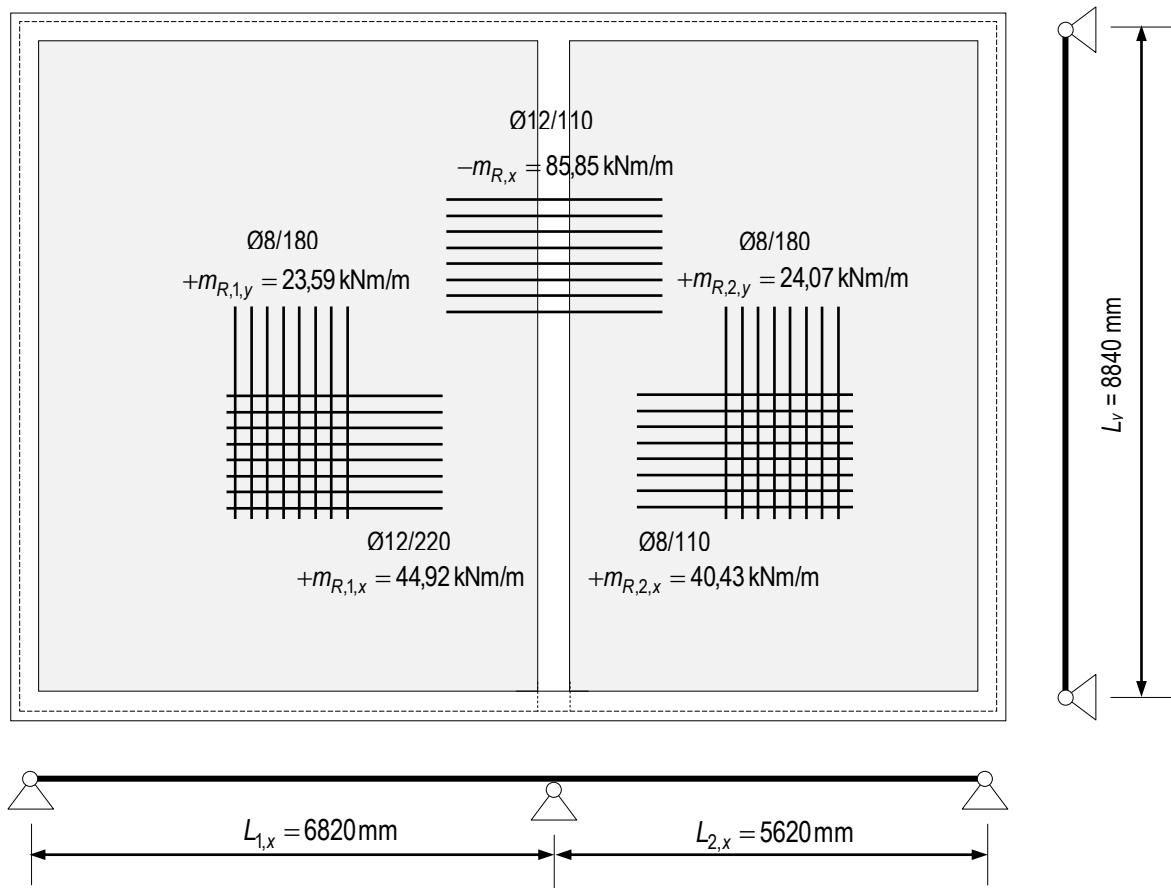
1. ábra: A kétirányban teherviselő összetett lemezmező vasalási vázlat

A kétirányban teherviselő összetett lemezmezőt szabadon elforduló – csuklós – pereműnek tekintettük. A peremeken és a sarkokban elhelyezett vasalás a lemezperemek befeszüléséből származó negatív parazita nyomatékok, valamint a felemelkedésében gátolt lemezsarkok környezetében ébredő csavarónyomatékok felvételére szolgál. A lemezmezőt alkotó lemezek közös pereme mentén a negatív nyomatékok felvételére alkalmas vasalást terveztünk. A lemez törésvonalképe a lemez geometriájából, a statikai vázból, valamint a lemez egyenletesen megoszló terheléséből adódóan pozitív és negatív törésvonalakból áll. Mindkét lemezmezőt alkotó lemez alsó síkján kialakuló repedések megnyílása vezet a mezőkben elhelyezett húzott acélbetétek lokális megfolyásához, az ún. pozitív törésvonalak kialakulásához. A lemezmezők közös pereme mentén, a lemez felső síkján kialakuló repedések megnyílása vezet a támasz feletti vasak lokális megfolyásához, azaz a negatív törésvonal kialakulásához.

A lemez **x** és **y** irányú törőnyomatékai megegyeznek az **x** és **y** irányban számított teherbíráshoz tartozó nyomatékok tervezési értékeivel (**2. ábra**):

$$\begin{aligned}
 +m_{R,1,x} &= +m_{Rd,1,x} = 44,92 \text{ kNm/m} & +m_{R,1,y} &= +m_{Rd,1,y} = 23,59 \text{ kNm/m} \\
 +m_{R,2,x} &= +m_{Rd,2,x} = 40,43 \text{ kNm/m} & +m_{R,2,y} &= +m_{Rd,2,y} = 24,07 \text{ kNm/m} \\
 -m_{R,x} &= -m_{R,1,x} = -m_{R,2,x} = -m_{Rd,1,x} = -m_{Rd,2,x} = -85,85 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

Tekintettel a lemez peremfeltételeire és a statikai vázból adódó törésvonalképére, a törőterhelés meghatározása során a peremeken elhelyezett negatív hajlítónyomatékok felvételére, valamint a sarkok környezetében a csavarónyomatékok felvételére tervezett vasalás hatását nem vesszük figyelembe.



2. ábra: A kétirányban teherviselő összetett lemezmező statikai váza és törőnyomatékai

2.0 Törőteher számítása a törésvonalak helyzetének pontos meghatározása alapján

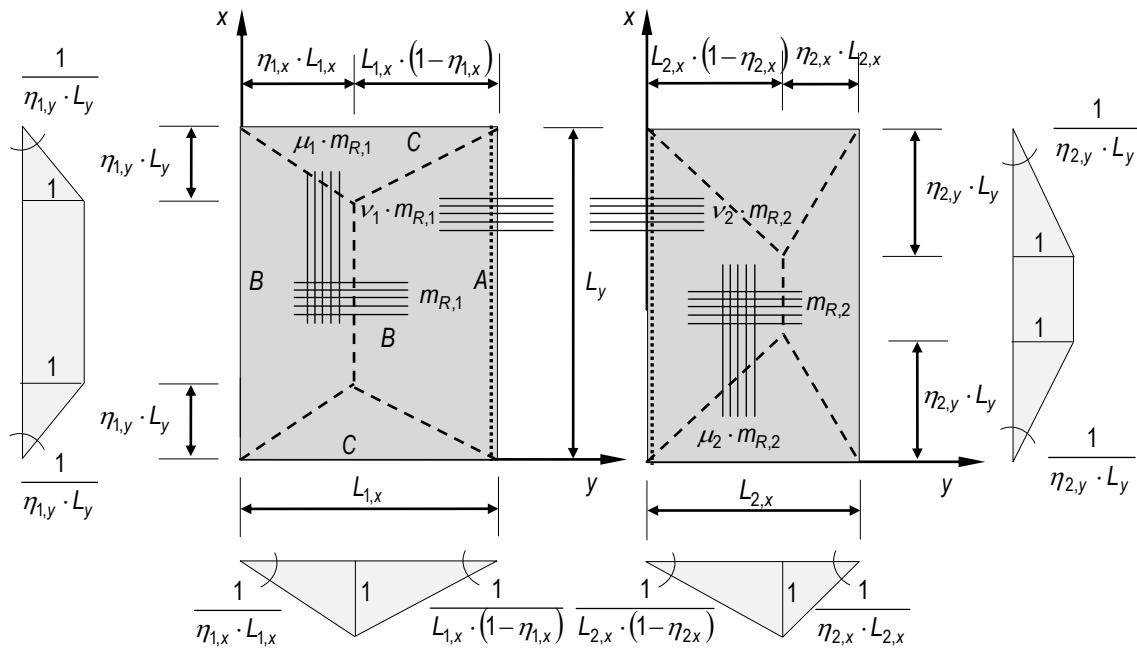
A törőteher meghatározása a kinematikai tétel alkalmazásával történik, mely szerint a szerkezet bármely **kinematikailag lehetséges** képlékeny alakváltozás- és elmozdulás-növekmény eloszlásaihoz tartozó kinematikailag lehetséges teherintenzitás (m_K) nem lehet nagyobb a törőintenzitásnál (m_R). A kinematikai módszer az egyensúlyi és a mechanizmus kialakulására vonatkozó feltételek kielégítésén alapul. Egyszerűen fogalmazva a kinematikai tétel azt fejezi ki, hogy valamely szerkezet törőterhe a kinematikailag lehetséges terhek közül a legkisebb. Kinematikailag lehetséges az a teher, amely valamely törési-, folyási mechanizmuson – a képlékeny csuklók megjelenésével labilissá váló alakzaton – a terhelés növelése nélkül nagy alakváltozásokat okoz. A kinematikailag lehetséges teher mindig nagyobb vagy legalább egyenlő a törőteherrel:

$$p_K \geq p_R$$

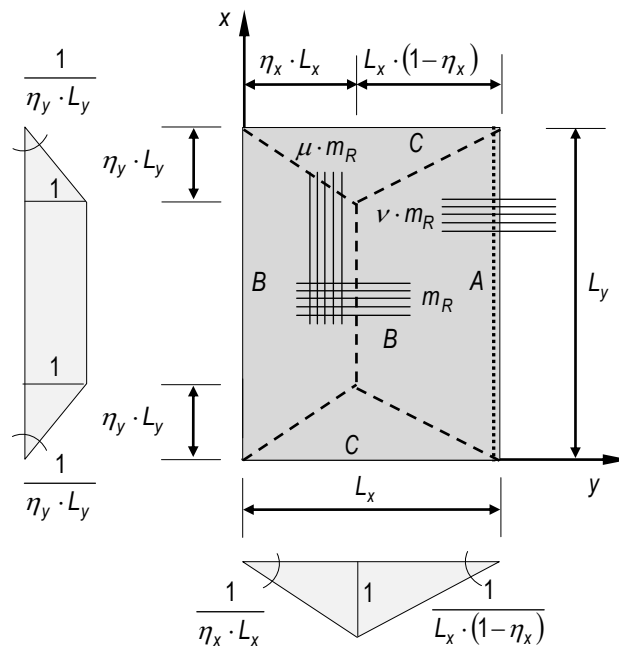
Lemezszerkezetek törőterhének meghatározása során a törési-, folyási mechanizmusra, azaz a képlékeny csukló sorok megjelenésével labilissá váló alakzatra – másként a pozitív és negatív törésvonalak felvételére – az alábbi általános szabályok vonatkoznak:

- A vonalmenti támaszok a merevtestszerűen elforduló lemezzszakaszok forgástengelyei.
- Pontszerű támaszok esetén egy elfordulási tengely átmegy az adott támaszon.
- A törésvonalak egyenesek.
- Két merevtestszerűen elforduló lemezzszakasz közös törésvonala átmegy a lemezzszakaszok elfordulási tengelyeinek metszéspontján.
- A törésvonalak a lemez szabad peremlein véget érnek.
- Koncentrált erő alatti pozitív törésvonalak átmennek az erő támadáspontján.

Az összetett lemezmező törőterhének pontos meghatározásához a lemezmezőt alkotó lemezek mechanizmussá alakulását eredményező törésvonalak helyzetének pontos ismerete szükséges. Mivel a két lemez geometriai és teherbírási adatai eltérőek, a két lemez törésvonalképe is eltérő lesz, következésképpen a lemezekre számítható törőteher értékei sem lesznek azonosak. A pozitív és negatív törésvonalak kialakulása, továbbá az y irányú szimmetria miatt a törésvonalak 3-3 eltérő alakú lemezzszakaszra osztják a három oldalán csuklós, közös peremükön befogottnak tekinthető, két irányban teherviselő lemezzszakaszokat. A geometriai és teherbírási viszonyok lehetőséget adnak a törésvonalak helyzetét egyértelműen meghatározó η , a lemez oldalainak arányait jellemző ε , a kétirányú törőnyomatékok arányait kifejező μ , továbbá az azonos irányban értelmezett pozitív és negatív törőnyomatékok viszonyát jellemző ν paraméterek bevezetésére (**3. ábra**). Az **3. ábra** alapján megállapítható, hogy a lemezmezőt alkotó lemezzszakaszok – három oldalán csuklós, negyedik oldalán befogott lemezek – paramétereikben eltérőek ugyan, de akár a statikai, akár a kinematikai tétel alkalmazása szempontjából azonos kialakításúak. Ennek megfelelően a továbbiakban egy, a **4. ábrán** vázolt lemez törőterhének meghatározására szolgáló általános megoldást ismertetünk, majd a kapott általános megoldás felhasználásával a két eltérő geometriai és teherbírási jellemzőkkel rendelkező lemezzszakasz törőterhét határozzuk meg. A teljes szerkezet tönkremenetelét – azaz valamely lemez mechanizmussá válását – a két lemezzszakaszra meghatározható törőterhek közül a kisebbik törőteher eredményezi.



3. ábra: A kétirányban teherviselő összetett lemezmezőt alkotó lemezszakaszok pontos törőterhehez tartozó törésvonalképek felvétele



4. ábra: Három oldalán csuklós, negyedik oldalán befogott peremekkel rendelkező lemez pontos törőterhéhez tartozó törésvonalkép felvétele

A **4. ábrán** vázolt lemez törőterhének meghatározásához a lemez ismertnek tekintett geometriai és teherbírási paraméterei mellett a törésvonalak helyzetét egyértelműen meghatározó η_x és η_y ismerete is szükséges, azaz a törőteher e két változó függvénye.

A **4. ábrán** vázolt kinematikailag lehetséges folyási-, törési mechanizmus kialakulását eredményező törőteher meghatározásához – a kinematikai tétel alapján – a mechanizmussá vált lemezszakaszokon végzett külső és belső idegen munkák egyenlőségét használjuk fel:

$$L_{\text{külső}} = L_{\text{belső}}$$

Fenti kifejezés esetünkben azt jelenti, hogy a merevtestszerűen viselkedő lemezszakaszok elmozdulásain a terhek által végzett külső idegen munka egyenlő a merevtestszerűen viselkedő lemezszakaszok elfordulásain a törőnyomatékok által végzett belső idegen munkával:

$$\sum_{i=1}^{\text{Lemezszakaszok}} N_i \cdot w_i = \sum_{j=1}^{\text{Törésvonalak}} m_j \cdot l_j \cdot \varphi_j$$

A **4. ábra** alapján a külső idegen munka az egységnyi eltolódáshoz tartozó, mechanizmussá vált szerkezet alakja és annak eredeti síkja által meghatározott térfogat (törési térfogat) és a törőteher szorzataként írható fel:

$$L_{\text{külső}} = \sum_{i=1}^{\text{Lemezszakaszok}} N_i \cdot w_i = \left\{ \left[(\varepsilon \cdot L_x - 2 \cdot \eta_y \cdot \varepsilon \cdot L_x) \cdot L_x \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \right] + \left[2 \cdot \eta_y \cdot \varepsilon \cdot L_x \cdot L_x \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \right] \right\} \cdot p_R$$

$$L_{\text{külső}} = \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot L_x^2 - \eta_y \cdot \varepsilon \cdot L_x^2 \right) \right] + \left[\frac{2}{3} \cdot \eta_y \cdot \varepsilon \cdot L_x^2 \right] \right\} \cdot p_R$$

$$L_{\text{külső}} = \frac{1}{6} \cdot p_R \cdot \varepsilon \cdot L_x^2 \cdot (3 - 2 \cdot \eta_y)$$

Fenti eredmény általánosnak tekinthető az egyenletesen megoszló terhelésű, három oldalán csuklós, negyedik oldalán befogott peremű lemezek esetére. A **4. ábra** alapján a belső idegen munka az egységnyi eltolódáshoz tartozó, mechanizmussá vált szerkezet elfordulásain, a képlékeny csuklósorokban működő törőnyomatékok által végzett munkaként írható fel:

$$L_{\text{belső}} = \sum_{j=1}^{\text{Törésvonalak}} m_j \cdot l_j \cdot \varphi_j = \varepsilon \cdot L_x \cdot m_R \cdot \left(\frac{1}{\eta_x \cdot L_x} + \frac{1}{(1 - \eta_x) \cdot L_x} \right) + \varepsilon \cdot L_x \cdot \nu \cdot m_R \cdot \frac{1}{(1 - \eta_x) \cdot L_x} + 2 \cdot L_x \cdot \mu \cdot m_R \cdot \frac{1}{\eta_y \cdot \varepsilon \cdot L_x}$$

$$L_{\text{belső}} = \varepsilon \cdot m_R \cdot \left(\frac{1}{\eta_x} + \frac{1 + \nu}{(1 - \eta_x)} + \frac{2 \cdot \mu}{\eta_y \cdot \varepsilon^2} \right)$$

Hasonlóan a külső munka számításánál kapott eredményhez, a fenti összefüggés általánosnak tekinthető az egyenletesen megoszló terhelésű, három oldalán csuklós peremű, negyedik oldalán befogott lemezek esetére. A külső és belső idegen munkák egyenlőségéből:

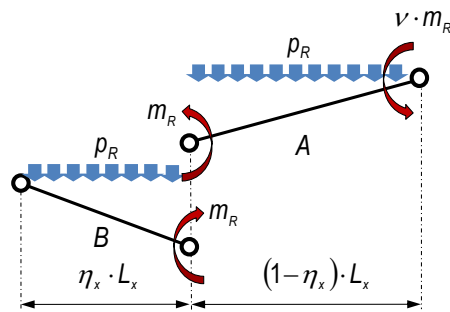
$$L_{\text{külső}} = L_{\text{belső}}$$

a törőteher függvénye kifejezhető:

$$p_R(\eta_x, \eta_y) = 6 \cdot m_R \cdot \frac{1}{(3 - 2 \cdot \eta_y)} \cdot \frac{1}{L_x^2} \cdot \left(\frac{1}{\eta_x} + \frac{1 + \nu}{(1 - \eta_x)} + \frac{2 \cdot \mu}{\eta_y \cdot \varepsilon^2} \right)$$

Eredményünk alapján a törőteher valóban η_x és η_y függvénye. Vizsgáljuk most meg az A és B lemezszakaszok egyensúlyi állapotát az egyes peremekre felírható nyomatéki egyensúlyi egyenletek segítségével. Az y tengellyel párhuzamosan futó pozitív törésvonal helyzete – mely feladatunkban η_x értékével jellemezhető – az A és B jelű lemezszakaszok peremein

működő törőnyomatékok arányai alapján határozható meg, azaz a törőterhekre levezetett összefüggés valójában csak η_y függvénye! η_x értékét az **5. ábra** alapján – az A és a B lemezszakaszok közös élére felírható nyomatéki egyensúlyi egyenletek segítségével határozhatjuk meg.



5. ábra: Az A és a B lemezszakaszok egyensúlyi állapota

Elsőként tekintünk az A lemezszakasz peremére felírható nyomatéki egyensúlyi egyenletet:

$$\sum m_A = 0 \rightarrow p_R \cdot \frac{(1-\eta_x)^2 \cdot L_x^2}{2} - v \cdot m_R - m_R = 0$$

melyből a törőteher értéke kifejezhető:

$$p_R = 2 \cdot m_R \cdot (1+v) \cdot \frac{1}{L_x^2} \cdot \frac{1}{(1-\eta_x)^2}$$

A B lemezszakasz peremére felírható nyomatéki egyensúlyi egyenletet:

$$\sum m_B = 0 \rightarrow p_R \cdot \frac{\eta_x^2 \cdot L_x^2}{2} - m_R = 0$$

a törőteher pedig:

$$p_R = 2 \cdot m_R \cdot \frac{1}{L_x^2} \cdot \frac{1}{\eta_x^2}$$

Az A és a B lemezek nyomatéki egyensúlyi egyenleteiből meghatározott törőteher értékeknek nyilvánvalóan azonosaknak kell lenniük, hiszen ugyanazon mechanizmus kialakulásához tartoznak:

$$2 \cdot m_R \cdot (1+v) \cdot \frac{1}{L_x^2} \cdot \frac{1}{(1-\eta_x)^2} = 2 \cdot m_R \cdot \frac{1}{L_x^2} \cdot \frac{1}{\eta_x^2} \rightarrow v = \left(\frac{1-\eta_x}{\eta_x} \right)^2 - 1$$

tehát az y tengellyel párhuzamos irányú, pozitív törésvonal helyzetét meghatározó η_x értékét másodfokú egyenletből nyerhetjük, melynek alakja egyszerűsítések után:

$$0 = v \cdot \eta_x^2 + 2 \cdot \eta_x - 1$$

valós gyöke pedig a:

$$\eta_x = \frac{1}{v} \cdot (\sqrt{1+v} - 1)$$

formában nyerhető. Fenti eredmények felhasználásával az egyes lemezek geometriai és teherbírási paramétereinek ismeretében a külső és belső idegen munkák az alábbiak szerint alakulnak:

$$\varepsilon_1 = \frac{L_y}{L_{1,x}} = \frac{8840}{6820} = 1,30 \quad \mu_1 = \frac{m_{Rd,1,y}}{m_{Rd,1,x}} = \frac{23,59}{44,92} = 0,53 \quad \nu_1 = \frac{|-m_{Rd}|}{m_{Rd,1,x}} = \frac{85,85}{44,92} = 1,91$$

$$\varepsilon_2 = \frac{L_y}{L_{2,x}} = \frac{8840}{5620} = 1,57 \quad \mu_2 = \frac{m_{Rd,2,y}}{m_{Rd,2,x}} = \frac{24,07}{40,43} = 0,60 \quad \nu_2 = \frac{|-m_{Rd}|}{m_{Rd,2,x}} = \frac{85,85}{40,43} = 2,12$$

$$\eta_{1,x} = \frac{1}{\nu_1} \cdot (\sqrt{1+\nu_1} - 1) = \frac{1}{1,91} \cdot (\sqrt{1+1,91} - 1) = 0,37$$

$$\eta_{2,x} = \frac{1}{\nu_2} \cdot (\sqrt{1+\nu_2} - 1) = \frac{1}{2,12} \cdot (\sqrt{1+2,12} - 1) = 0,36$$

$$L_{1,külső} = \frac{1}{6} \cdot p_{R,1} \cdot \varepsilon_1 \cdot L_{1,x}^2 \cdot (3 - 2 \cdot \eta_{1,y}) = \frac{1}{6} \cdot p_{R,1} \cdot 1,30 \cdot 6,82^2 \cdot (3 - 2 \cdot \eta_{1,y})$$

$$L_{1,külső} = p_{R,1} \cdot (30,23 - 20,16 \cdot \eta_{1,y})$$

$$L_{2,külső} = \frac{1}{6} \cdot p_{R,2} \cdot \varepsilon_2 \cdot L_{2,x}^2 \cdot (3 - 2 \cdot \eta_{2,y}) = \frac{1}{6} \cdot p_{R,2} \cdot 1,57 \cdot 5,62^2 \cdot (3 - 2 \cdot \eta_{2,y})$$

$$L_{2,külső} = p_{R,2} \cdot (24,79 - 16,53 \cdot \eta_{2,y})$$

$$L_{1,belső} = \varepsilon_1 \cdot m_R \cdot \left(\frac{1}{\eta_{1,x}} + \frac{1+\nu_1}{(1-\eta_{1,x})} + \frac{2 \cdot \mu_1}{\eta_{1,y} \cdot \varepsilon_1^2} \right) = 1,30 \cdot 44,92 \cdot \left(\frac{1}{\eta_{1,x}} + \frac{1+1,91}{(1-\eta_{1,x})} + \frac{2 \cdot 0,53}{\eta_{1,y} \cdot 1,30^2} \right)$$

$$L_{1,belső} = \frac{58,40}{\eta_{1,x}} + \frac{169,93}{(1-\eta_{1,x})} + \frac{36,63}{\eta_{1,y}}$$

$$L_{1,belső} = \frac{58,40}{0,37} + \frac{169,93}{(1-0,37)} + \frac{36,63}{\eta_{1,y}} = 427,57 + \frac{36,63}{\eta_{1,y}}$$

$$L_{2,belső} = \varepsilon_2 \cdot m_R \cdot \left(\frac{1}{\eta_{2,x}} + \frac{1+\nu_2}{(1-\eta_{2,x})} + \frac{2 \cdot \mu_2}{\eta_{2,y} \cdot \varepsilon_2^2} \right) = 1,57 \cdot 40,43 \cdot \left(\frac{1}{\eta_{2,x}} + \frac{1+2,12}{(1-\eta_{2,x})} + \frac{2 \cdot 0,60}{\eta_{2,y} \cdot 1,57^2} \right)$$

$$L_{2,belső} = \frac{63,48}{\eta_{2,x}} + \frac{198,04}{(1-\eta_{2,x})} + \frac{30,90}{\eta_{2,y}}$$

$$L_{2,belső} = \frac{63,48}{0,36} + \frac{198,04}{(1-0,36)} + \frac{30,90}{\eta_{2,y}} = 490,68 + \frac{30,90}{\eta_{2,y}}$$

A törőteher függvénye mindkét lemez esetén kifejezhető a külső és belső idegen munkák egyenlőségéből:

$$L_{1,külső} = L_{1,belső}$$

$$p_{R,1} \cdot (30,23 - 20,16 \cdot \eta_{1,y}) = 427,57 + \frac{36,63}{\eta_{1,y}}$$

$$p_{R,1}(\eta_{1,y}) = \frac{427,57 \cdot \eta_{1,y} + 36,63}{30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2}$$

$$L_{2,külső} = L_{2,belső}$$

$$p_{R,2} \cdot (24,79 - 16,53 \cdot \eta_{2,y}) = 490,68 + \frac{30,90}{\eta_{2,y}}$$

$$p_{R,2}(\eta_{2,y}) = \frac{490,68 \cdot \eta_{2,y} + 30,90}{24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2}$$

A kinematikai tétel alapján egy kinematikailag lehetséges teher mindig nagyobb vagy legalább egyenlő a törőterherrel. A törőterher függvény szélső értéke tehát a kinematikailag lehetséges terhek szélső értékét, azaz a törőterhet adja. p_R törőterher η függvénye, így szélsőértéke az alábbi feltétel mellett nyerhető:

$$\frac{dp_{R,1}(\eta_{1,y})}{d\eta_{1,y}} = \frac{d}{d\eta_{1,y}} \cdot \frac{427,57 \cdot \eta_{1,y} + 36,63}{30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2} = 0$$

$$\frac{dp_{R,1}(\eta_{1,y})}{d\eta_{1,y}} = \frac{427,57 \cdot [30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2] - [30,23 - 40,32 \cdot \eta_{1,y}] \cdot [427,57 \cdot \eta_{1,y} + 36,63]}{[30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2]^2} = 0$$

$$\frac{dp_{R,2}(\eta_{2,y})}{d\eta_{2,y}} = \frac{d}{d\eta_{2,y}} \cdot \frac{490,68 \cdot \eta_{2,y} + 30,90}{24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2} = 0$$

$$\frac{dp_{R,2}(\eta_{2,y})}{d\eta_{2,y}} = \frac{490,68 \cdot [24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2] - [24,79 - 33,06 \cdot \eta_{2,y}] \cdot [490,68 \cdot \eta_{2,y} + 30,90]}{[24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2]^2} = 0$$

Matematikailag elegendő az alábbi feltételek vizsgálata:

$$427,57 \cdot [30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2] - [30,23 - 40,32 \cdot \eta_{1,y}] \cdot [427,57 \cdot \eta_{1,y} + 36,63] = 0$$

$$490,68 \cdot [24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2] - [24,79 - 33,06 \cdot \eta_{2,y}] \cdot [490,68 \cdot \eta_{2,y} + 30,90] = 0$$

Azaz a kifejezések zérus értékét a számlálóban szereplő függvény zérus értékének meghatározásával nyerjük, mely egy másodfokú egyenlet megoldását igényli:

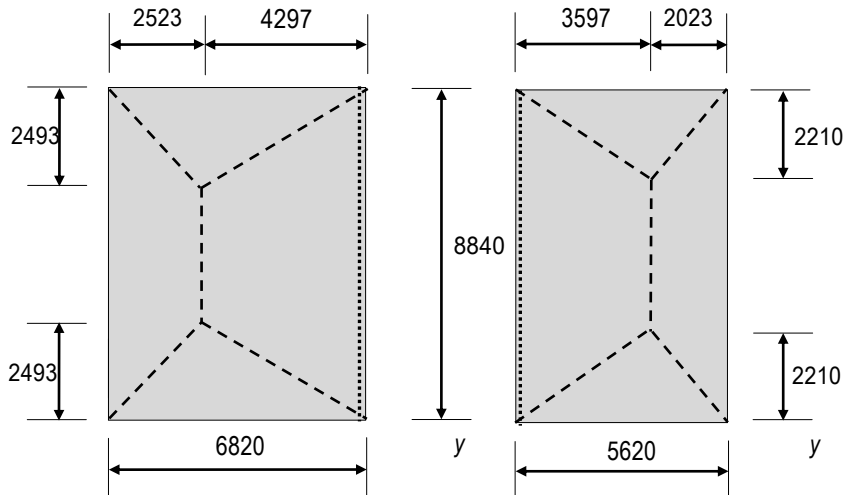
$$8619,81 \cdot \eta_{1,y}^2 + 1476,92 \cdot \eta_{1,y} - 1107,32 = 0 \rightarrow \eta_{1,y}^2 + 0,171 \cdot \eta_{1,y} - 0,128 = 0$$

$$8110,94 \cdot \eta_{2,y}^2 + 1021,55 \cdot \eta_{2,y} - 766,01 = 0 \rightarrow \eta_{2,y}^2 + 0,126 \cdot \eta_{2,y} - 0,094 = 0$$

Alkalmazva a másodfokú egyenlet megoldó képletét a valós gyökök:

$$\eta_{1,y} = 0,282 \quad \eta_{2,y} = 0,250$$

A törési mechanizmus kialakulását eredményező, legkisebb törőterher értékéhez tartozó törésvonal képeket a **6. ábrán** foglaljuk össze.



6. ábra: A mechanizmu kialakulását eredményező törésvonalkép

Az egyes mechanizmusok kialakulását eredményező törőterhek értékei visszahelyettesítéssel kaphatók:

$$\rho_{R,1}(\eta_{1,y}) = \frac{427,57 \cdot \eta_{1,y} + 36,63}{30,23 \cdot \eta_{1,y} - 20,16 \cdot \eta_{1,y}^2}$$

$$\rho_{R,1}(\eta_{1,y} = 0,282) = \frac{427,57 \cdot 0,282 + 36,63}{30,23 \cdot 0,282 - 20,16 \cdot 0,282^2} = 22,71 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_{R,2}(\eta_{2,y}) = \frac{490,68 \cdot \eta_{2,y} + 30,90}{24,79 \cdot \eta_{2,y} - 16,53 \cdot \eta_{2,y}^2}$$

$$\rho_{R,2}(\eta_{2,y} = 0,250) = \frac{490,68 \cdot 0,250 + 30,90}{24,79 \cdot 0,250 - 16,53 \cdot 0,250^2} = 29,74 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < \rho_{R,1} = 22,71 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\rho_{Ed}}{\rho_{R,1}} = \frac{17,90}{22,71} = 0,79 < 1$$

$$\rho_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < \rho_{R,2} = 29,74 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\rho_{Ed}}{\rho_{R,2}} = \frac{17,90}{29,74} = 0,60 < 1$$

A teljes szerkezet vizsgálata szempontjából a 1 jelű lemezen meghatározott törőterhek tekinthető a tényleges törőterheknek, hiszen ezt a lemez terhelési folyamata során hamarabb elérjük:

$$\rho_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < \rho_R = \min \left\{ \begin{array}{l} \rho_{R,1} = 22,71 \text{ kN/m}^2 \\ \rho_{R,2} = 29,74 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right\} = 22,71 \text{ kN/m}^2$$

A szerkezet mechanizmussá válásához 22,71 kN/m² nagyságú terhelés szükséges, ami a teher tervezési értékéhez – 17,90 kN/m² – viszonyítva 21%-os képlékeny teherbírasi tartalékot jelent!

3.0 Törőteher számítása a törésvonalak helyzetének közelítő felvétele alapján

3.1 Szimmetrikus törésvonalkép

Mindkét lemezszakasz esetében a törőteher közelítő meghatározását a törésvonalak felvételére vonatkozó szabályoknak megfelelő, általunk felvett, kinematikailag lehetséges törési mechanizmuson is végrehajthatjuk. Feltételezzük, hogy a pozitív törésvonalak a lemezszakaszok sarkaiból 45° -os szögben indulnak ki. A negatív törésvonalak mindkét lemez esetében közvetlenül a kapcsolódó oldalak mentén, azokkal párhuzamosan jönnek létre. A törésvonalak helyzete így a **7. ábra** szerint geometriailag egyértelmű, azaz a belső és a külső idegen munkák egyenlősége alapján a felvett törési mechanizmushoz tartozó törőteher egyértelműen meghatározható:

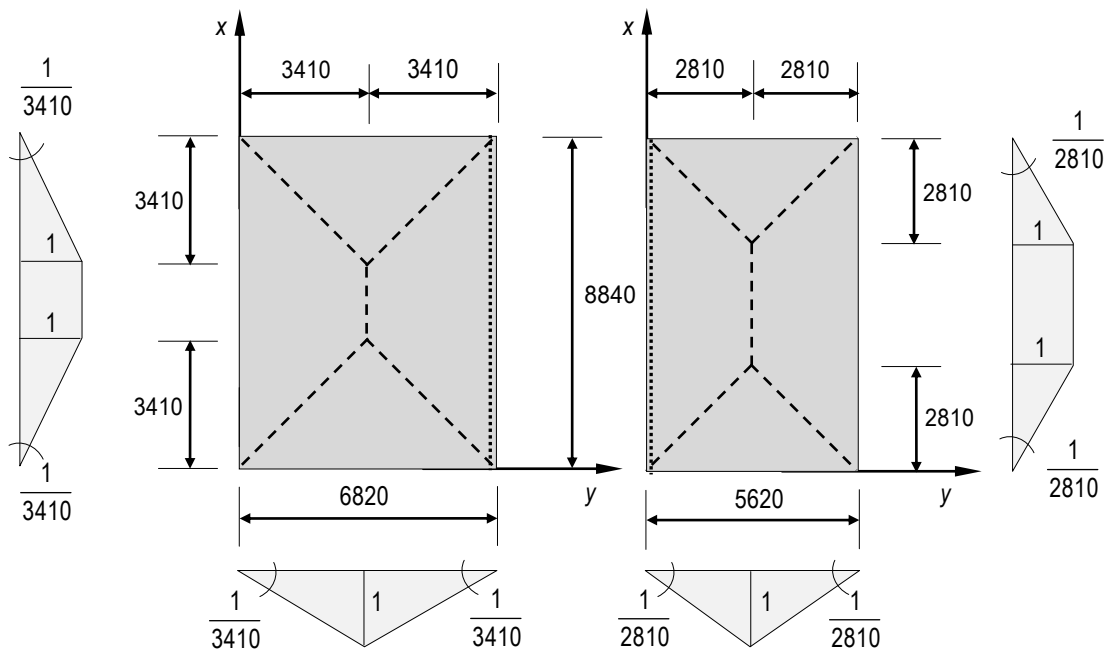
$$\varepsilon_1 = \frac{L_y}{L_{1,x}} = \frac{8840}{6820} = 1,30 \quad \varepsilon_2 = \frac{L_y}{L_{2,x}} = \frac{8840}{5620} = 1,57$$

$$\eta_{1,x} = 0,386 \quad \eta_{1,y} = 0,5 \quad \eta_{2,x} = 0,318 \quad \eta_{2,y} = 0,5$$

A kinematikai tétel alapján a számítható törőterhek egy lehetséges törőterhet adnak, melyek közül a legkisebb a tényleges törőteher. A lehetséges törőteher értékek közül az előző fejezetben számított törőteher tekinthető a tényleges törőtehernek, hiszen azt a törőteher függvény szélsőértékének meghatározása alapján számítottuk ki. A törésvonalkép egyszerűsített felvétele alapján meghatározott törőteher egy kinematikailag lehetséges törési mechanizmus kialakulásához tartozó törőteher lesz, ennél fogva a biztonság kárára történő közelítésnek tekinthető eredményt szolgáltat, azaz a tényleges, előző fejezetben kiszámított törőtehernél nagyobb lesz. Az **7. ábrán** felvett törésvonalképekhez tartozó külső idegen munkák a törési mechanizmus alakjával jellemezhető törési térfogat alapján írhatók fel:

$$L_{1,külső} = (8,84 - 2 \cdot 3,41) \cdot 6,82 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot p_{R,1} + 6,82 \cdot 6,82 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot p_{R,1} = 22,38 \cdot p_{R,1}$$

$$L_{2,külső} = (8,84 - 2 \cdot 2,81) \cdot 5,62 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot p_{R,2} + 5,62 \cdot 5,62 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot p_{R,2} = 19,58 \cdot p_{R,2}$$



7. ábra: A kétirányban teherviselő összetett lemezmezőt alkotó lemezszakaszok törőterheinek közelítő értékeihez tartozó törésvonalképek felvétele

míg a belső idegen munkák, azaz a törőnyomatékoknak az elfordulásokon végzett munkái:

$$L_{1,belső} = 2 \cdot 44,92 \cdot 8,84 \cdot \frac{1}{3,41} + 2 \cdot 23,59 \cdot 6,82 \cdot \frac{1}{3,41} + 85,85 \cdot 8,84 \cdot \frac{1}{3,41} = 549,81$$

$$L_{2,belső} = 2 \cdot 40,43 \cdot 8,84 \cdot \frac{1}{2,81} + 2 \cdot 24,07 \cdot 5,62 \cdot \frac{1}{2,81} + 85,85 \cdot 8,84 \cdot \frac{1}{2,81} = 620,73$$

A külső és belső idegen munkák egyenlőségéből a törőterhek közelítő értékei – melyek a kinematikai tétel alkalmazásával nyert pontos értékektől a biztonság kárára térnek el, azaz nagyobbak – kifejezhetők:

$$p_{R,1} = \frac{549,81}{22,38} = 24,57 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_{R,1} = 24,57 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{p_{Ed}}{p_{R,1}} = \frac{17,90}{24,57} = 0,73 < 1$$

$$p_{R,2} = \frac{620,73}{19,58} = 31,70 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_{R,2} = 31,70 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{p_{Ed}}{p_{R,2}} = \frac{17,90}{31,70} = 0,56 < 1$$

A teljes szerkezet vizsgálata szempontjából az 1 jelű lemezen meghatározott törőteher közelítő értéke tekinthető törőtehernek, hiszen ezt a lemez terhelési folyamata során hamarabb elérjük.

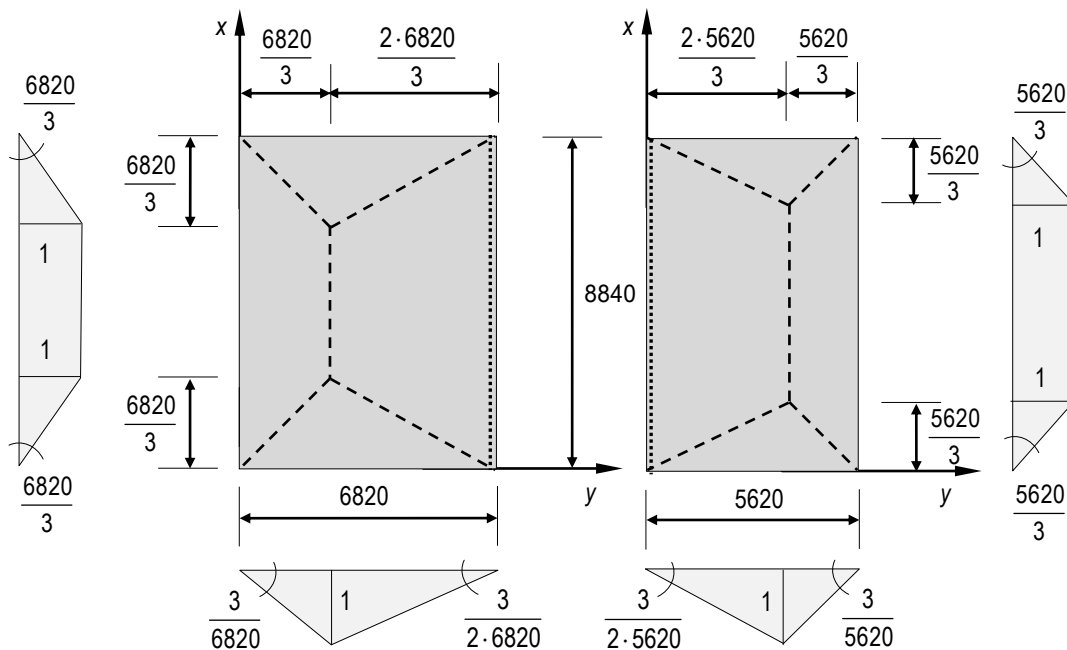
$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_R = \min \left\{ \begin{array}{l} p_{R,1} = 24,57 \text{ kN/m}^2 \\ p_{R,2} = 31,70 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right\} = 24,57 \text{ kN/m}^2$$

A törésvonalkép közelítő felvétele alapján a szerkezet mechanizmussá válásához 24,57 kN/m² nagyságú terhelés szükséges, ami a teher tervezési értékéhez – 17,90 kN/m² – viszonyítva 27%-os képlékeny teherbírási tartalékot jelent!

3.2 Aszimmetrikus törésvonalkép

Az előző pontban egy olyan felvett törésvonalkép alapján határoztuk meg a szerkezet egy kinematikailag lehetséges mechanizmussá válásához tartozó törőteher értékét, mely a korábbi pontos törésvonalképhez (**22,71 kN/m²**) viszonyítva lényegesen nagyobb eltéréssel szolgáltatott egy a pontos törőteherhez viszonyítva nagyobb teherértéket (**24,57 kN/m²**). A szerkezet geometriai és peremfeltételei alapján az ilyen típusú – három oldalán csuklós, negyedik peremén befogott – lemezek törőterhének meghatározására a pontos törésvonalképhez – így a pontos törőteher értékéhez is – közelebbi eredményhez jutunk egy a **8. ábrán** vázolt törésvonalkép felvétele esetén:

$$\eta_{1,x} = 0,257 \quad \eta_{1,y} = \frac{1}{3} \quad \eta_{2,x} = 0,212 \quad \eta_{2,y} = \frac{1}{3}$$



8. ábra: A kétirányban teherviselő összetett lemezmezőt alkotó lemezszakaszok törőterheinek közelítő értékeihez tartozó törésvonalképek felvétele

Az **8. ábrán** felvett törésvonalképekhez tartozó külső idegen munkák a törési mechanizmus alakjával jellemezhető törési térfogat alapján írhatók fel:

$$L_{1,külső} = \left(8,84 - 2 \cdot \frac{6,82}{3} \right) \cdot 6,82 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot p_{R,1} + 6,82 \cdot 2 \cdot \frac{6,82}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot p_{R,1} = 24,98 \cdot p_{R,1}$$

$$L_{2,külső} = \left(8,84 - 2 \cdot \frac{5,62}{3} \right) \cdot 5,62 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot p_{R,2} + 5,62 \cdot 2 \cdot \frac{5,62}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot p_{R,2} = 21,33 \cdot p_{R,2}$$

a belső idegen munkák, azaz a törőnyomatékoknak az elfordulásokon végzett munkái:

$$L_{1,belső} = 44,92 \cdot 8,84 \cdot \left(\frac{3}{6,82} + \frac{3}{2 \cdot 6,82} \right) + 2 \cdot 23,59 \cdot 6,82 \cdot \frac{3}{6,82} + 85,85 \cdot 8,84 \cdot \frac{3}{2 \cdot 6,82} = 570,47$$

$$L_{2,belső} = 40,43 \cdot 8,84 \cdot \left(\frac{3}{5,62} + \frac{3}{2 \cdot 5,62} \right) + 2 \cdot 24,07 \cdot 5,62 \cdot \frac{3}{5,62} + 85,85 \cdot 8,84 \cdot \frac{3}{2 \cdot 5,62} = 633,15$$

A külső és belső idegen munkák egyenlőségéből a törőterhek közelítő értékei – melyek a kinematikai tétel alkalmazásával nyert pontos értékektől a biztonság kárára térnek el, azaz nagyobbak – kifejezhetők:

$$p_{R,1} = \frac{570,46}{24,98} = 22,84 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_{R,1} = 22,84 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{p_{Ed}}{p_{R,1}} = \frac{17,90}{22,84} = 0,78 < 1$$

$$p_{R,2} = \frac{633,15}{21,33} = 29,68 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_{R,2} = 29,69 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{p_{Ed}}{p_{R,2}} = \frac{17,90}{29,68} = 0,60 < 1$$

A teljes szerkezet vizsgálata szempontjából az 1 jelű lemezen meghatározott törőterhe közelítő értéke tekinthető törőterheknek, hiszen ezt a lemez terhelési folyamata során hamarabb elérjük.

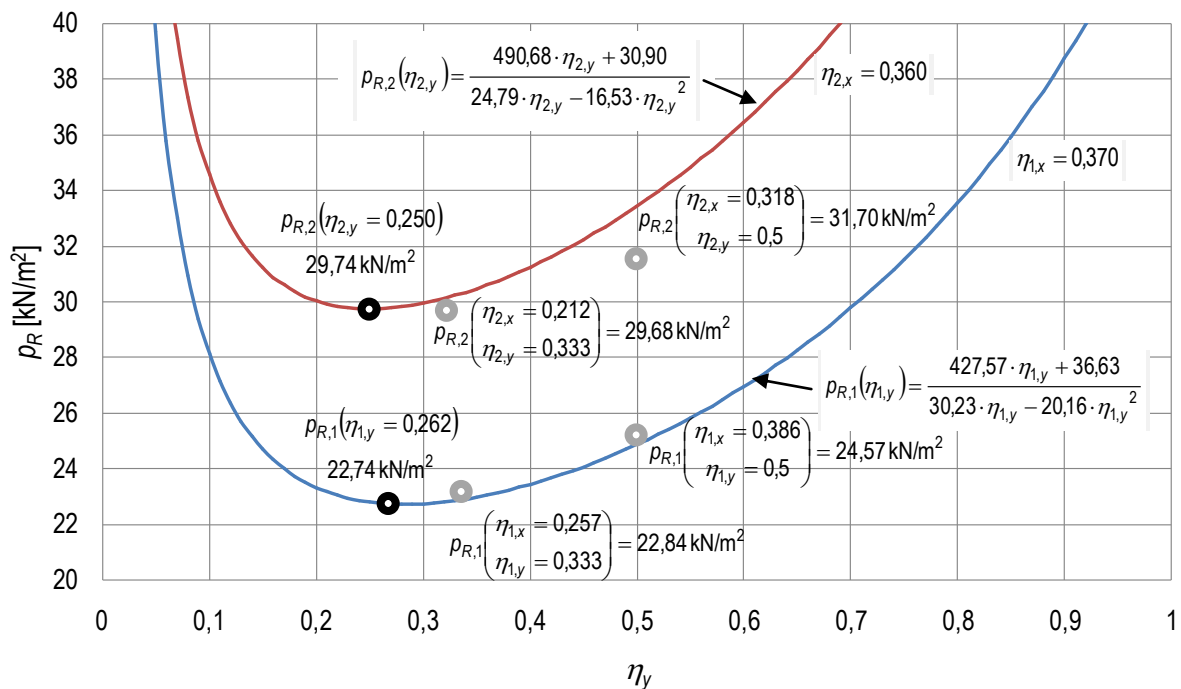
$$p_{Ed} = 17,90 \text{ kN/m}^2 < p_R = \min \left\{ \begin{array}{l} p_{R,1} = 22,84 \text{ kN/m}^2 \\ p_{R,2} = 29,68 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right\} = 22,84 \text{ kN/m}^2$$

A törésvonalkép közelítő felvétele alapján a szerkezet mechanizmussá válásához 22,84 kN/m² nagyságú terhelés szükséges, ami a teher tervezési értékéhez – 17,90 kN/m² – viszonyítva 22%-os képlékeny teherbírási tartalékot jelent!

4.0 Összefoglalás

Az 1 és 2 jelű lemezre meghatározott törőterhe függvények egyváltozós alakjainak szélsőérték keresésével meghatároztuk a kinematikai tétel szerinti legkisebb törőterhe intenzitást.

Két felvett, kinematikailag lehetséges törésvonalkép esetére mindkét lemezhez két, a biztonság kárára történő közelítésnek tekinthető törőterhe értéket is kiszámítottunk. Eredményeinket a **9. ábrán** foglaljuk össze.



9. ábra: A kétirányban teherviselő lemezmezőt alkotó lemezek törőterhe függvényei, a számított pontos és közelítő törőterhek

