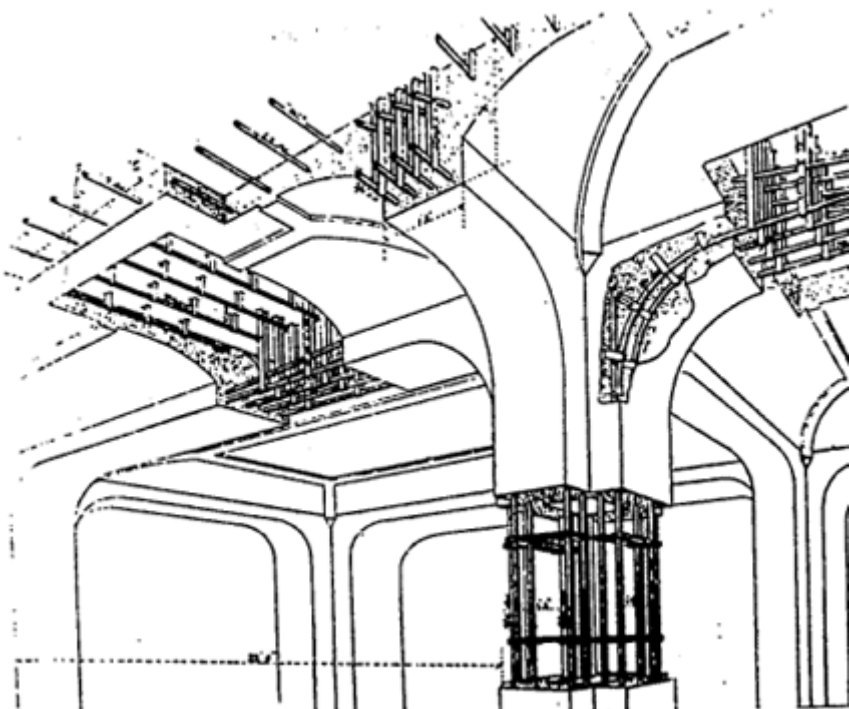


2012.

Vasbetonszerkezetek

Vasbeton keresztmetszet tervezése III. feszültségi állapotban
- Segédlet -



Dr. Kovács Imre
tanszékvezető
főiskolai tanár

Vasbetonszerkezetek

Vasbeton keresztmetszet tervezése III. feszültségi állapotban - Segédlet -

Dr. Kovács Imre
tanszékvezető
főiskolai tanár

Tartalomjegyzék

1.	Feladat	Vasbeton négyszög keresztmetszet kötött tervezése csak húzott acélbetétekkel	7
2.	Feladat	Vasbeton négyszög keresztmetszet kötött tervezése húzott és nyomott acélbetétekkel	11
3.	Feladat	Vasbeton lemez kötött tervezése	15
4.	Feladat	Vasbeton négyszög keresztmetszet szabad tervezése	19
5.	Feladat	Vasbeton lemez szabad tervezése	23

1. Feladat

Vasbeton négyszög keresztmetszet kötött tervezése csak húzott acélbetétekkel

Tervezzük meg a $h = 600$ mm teljes magasságú és $b = 400$ mm szélességű vasbeton négyszög keresztmetszet vasalását, ha az $M_{Ed} = 420$ kNm hajlítónyomaték felvételére $\varnothing 16$ bordás B500A átmérőjű és minőségű acélbetéteket kívánunk alkalmazni, a főacélbetéteket $\varnothing 8$ mm átmérőjű kengyelek fogjuk közre, továbbá a szerkezet betonszilárdsági osztályát az XS1 kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vehetjük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemmagysága $d_{max} = 16$ mm, az alkalmazott cement CEM 42,5 osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **kissé képlékeny!**

1.1 Beton

A beton szabványos megnevezése: C30/37 – XS1 – 16 – "kissé képlékeny" – CEM 42,5 – MSZ 4798-1: 2004

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagram jellemzői:

$$(1 - \lambda) \varepsilon_{cu3} = 0,70 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$$

1.2 Betonacél

A betonacél jelölése:

B500A

A betonacél folyási határának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél folyási határának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél rugalmas határa:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175 \text{ ‰}$$

A betonacél szakadó nyúlása:

$$\varepsilon_{uk} = 25 \text{ ‰}$$

1.3 Geometriai adatok

A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 600 \text{ mm}$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 400 \text{ mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = 16 \text{ mm}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

$$\varnothing_s = 8 \text{ mm}$$

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 16 \text{ mm}$$

$$(d_{\max} = 24 \text{ mm} < 32 \text{ mm})$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 35 \text{ mm}$$

(az XS1 kitéti osztály esetén)

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10 \text{ mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{\min,b} = 16 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 35 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 35 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 35 + 10 = 45 \text{ mm}$$

1.4 Megoldás

A dolgozó magasság, feltételezve, hogy az acélbetétek elférnek egy sorban:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right) = 600 - \left(45 + 8 + \frac{16}{2} \right) = 539 \text{ mm}$$

A vasbeton keresztmetszet nyomott övének legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomaték:

$$M_{Rd0} = b \cdot x_0 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2} \right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi_0 \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{2} \right)$$

$$M_{Rd0} = 400 \cdot 539^2 \cdot 20 \cdot 0,49 \cdot \left(1 - \frac{0,49}{2} \right) = 859,83 \text{ kNm}$$

A mértékadó nyomaték tervezési értékének összehasonlítása a nyomott öv legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomatékkal:

$$M_{Ed} = 420 \text{ kNm} < M_{Rd0} = 859,83 \text{ kNm}$$

**Tehát a keresztmetszet vasalásának gazdaságos kialakításához
nem szükséges nyomott acélbetétek alkalmazása!**

A nyomott öv a nyomatéki egyenletből számítható:

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 539 - \sqrt{539^2 - \frac{2 \cdot 420 \cdot 10^6}{400 \cdot 20}} = 108 \text{ mm}$$

A húzott acélbetétek szükséges keresztmetszeti területe az acélbetétek képlékeny állapotát feltételező vetületi egyenletből számítható:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{400 \cdot 108 \cdot 20}{435} = 1987 \text{ mm}^2$$

Az acélbetétek darabszáma, és tényleges keresztmetszeti területe:

$$n_{\varnothing 16} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\varnothing 16}} = \frac{1987}{201} = 9,88 \rightarrow A_{s,prov} = 10 \varnothing 16 (2010 \text{ mm}^2)$$

Az acélbetétek elhelyezésének ellenőrzését az egyes betétek vízszintes irányú távolságára vonatkozó minimális érték meghatározásával kezdjük:

$$\Delta \varnothing_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 16 = 16 \text{ mm} \\ d_g + k_2 = 16 + 5 = 21 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right\} = 21 \text{ mm}$$

A fenti összefüggésben szereplő paraméterek értékei ajánlás szerint egységesen $k_1 = 1$, $k_2 = 5 \text{ mm}$, továbbá: $d_g = d_{\max}$ azaz az alkalmazott adalékanyag legnagyobb névleges szemnagysága.

$$\Delta \varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n - 1} = \frac{400 - (2 \cdot 45 + 2 \cdot 8 + 10 \cdot 16)}{10 - 1} = 14,89 \text{ mm} < \Delta \varnothing_{\min} = 21 \text{ mm}$$

Tehát a 10 \varnothing 16 nem fér el egy sorban!

Helyezzük el a betéteket 2 sorban, az 1. sorban 8db, a 2. sorban 2 db acélbetéttel:

$$\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n - 1} = \frac{400 - (2 \cdot 45 + 2 \cdot 8 + 8 \cdot 16)}{8 - 1} = 23,71 \text{ mm} > \Delta\varnothing_{\min} = 21 \text{ mm}$$

Tehát az elhelyezés megfelelő!

1.5 Ellenőrzés

A korrigált dolgozó magasság, figyelembe véve, hogy az 1. és 2. sor között a szerkesztési szabályoknak megfelelő Ø22 betéttel kialakított távolságot tartunk:

$$d = \frac{A_{s,1sor} \cdot d_{1sor} + A_{s,2sor} \cdot d_{2sor}}{A_s} =$$

$$d = \frac{1608 \cdot \left(600 - \left(45 + 8 + \frac{16}{2}\right)\right) + 402 \cdot \left(600 - \left(45 + 8 + 16 + 22 + \frac{16}{2}\right)\right)}{2010} = 531 \text{ mm}$$

A nyomott öv magassága a tönkrementel pillanatában:

$$x_f = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{2010 \cdot 435}{400 \cdot 20} = 109 \text{ mm}$$

A nyomott beton öv relatív magassága a tönkrementelkor:

$$\xi = \frac{x_f}{d} = \frac{109}{531} = 0,21 < \xi_0 = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{435 + 700} = 0,49$$

A húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak!

A keresztmetszet határnyomatéka:

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)$$

$$M_{Rd} = 400 \cdot 531^2 \cdot 20 \cdot 0,21 \cdot \left(1 - \frac{0,21}{2}\right) = 423,96 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 420 \text{ kNm} < M_{Rd} = 423,96 \text{ kNm}$$

A keresztmetszet teherbírása megfelelő!

A húzott acélbetétekben számítható fajlagos alakváltozás törési állapotban:

$$\frac{\varepsilon_{cu3}}{1,25 \cdot x} = \frac{\varepsilon_s}{d - 1,25 \cdot x} \rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1,25 \cdot x}{1,25 \cdot x} = 3,50\% \cdot \frac{531 - 1,25 \cdot 109}{1,25 \cdot 109} = 10,14\%$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = 2,175\% < \varepsilon_s = 10,14\% < \varepsilon_{su} = 50\%$$

2. Feladat

Vasbeton négyszög keresztmetszet kötött tervezése húzott és nyomott acélbetétekkel

Tervezzük meg a $h = 580 \text{ mm}$ teljes magasságú és $b = 440 \text{ mm}$ szélességű vasbeton négyszög keresztmetszet vasalását, ha az $M_{Ed} = 810 \text{ kNm}$ hajlítónyomaték felvételére B500A minőségű acélbetéteket kívánunk alkalmazni, továbbá a szerkezet betonszilárdsági osztályát az X0v(H) kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett C25/30 szilárdságban határozzuk meg, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemmagysága $d_{max} = 16 \text{ mm}$, az alkalmazott cement CEM 52,5 osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **képlékeny!**

2.1 Beton

A beton szabványos megnevezése: C25/30 – X0v(H) – 24 – "képlékeny" – CEM 52,5 – MSZ 4798-1: 2004

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1,0 \cdot \frac{25}{1,5} = 16,66 \text{ N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagramm jellemzői:

$$(1 - \lambda) \varepsilon_{cu3} = 0,70 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$$

2.2 Betonacél

A betonacél jelölése:

B500A

A betonacél folyási határának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél folyási határának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél rugalmas határa:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175 \text{ ‰}$$

A betonacél szakadó nyúlása:

$$\varepsilon_{uk} = 25 \text{ ‰}$$

2.3 Geometriai adatok

A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 580 \text{ mm}$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 440 \text{ mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = ? \text{ (A tervezés során állapítjuk meg!)}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

$$\varnothing_s = ? \text{ (A tervezés során állapítjuk meg!)}$$

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = ? \text{ (A választott betonacéltól függ!)}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 10 \text{ mm}$$

(az X0v(H) kitéti osztály)

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10 \text{ mm}$$

2.4 Megoldás

A dolgozó magasságot a tapasztalatok figyelembe vételével a teljes magasság függvényében vesszük fel:

$$d \approx 0,8 \cdot h \sim 0,9 \cdot h = 0,85 \cdot 580 = 493 \text{ mm}$$

A vasbeton keresztmetszet nyomott övének legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomaték:

$$M_{Rd0} = b \cdot x_0 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2} \right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi_0 \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{2} \right)$$

$$M_{Rd0} = 440 \cdot 493^2 \cdot 16,66 \cdot 0,49 \cdot \left(1 - \frac{0,49}{2} \right) = 659,12 \text{ kNm}$$

A mértékadó nyomaték tervezési értékének összehasonlítása a nyomott öv legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomatékkal:

$$M_{Ed} = 810 \text{ kNm} > M_{Rd0} = 659,12 \text{ kNm}$$

**Tehát a keresztmetszet vasalásának gazdaságos kialakításához
nyomott acélbetétek alkalmazása szükséges!**

A nyomott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d' \approx 0,1 \cdot h = 0,1 \cdot 580 = 58 \text{ mm}$$

A nyomott acélbetétek szükséges keresztmetszeti területe:

$$A'_{s,requ} = \frac{M_{Ed} - M_{Rd0}}{f_{yd} \cdot (d - d')} = \frac{(810 - 659,12) \cdot 10^6}{435 \cdot (493 - 58)} = 798 \text{ mm}^2$$

A húzott acélbetétek szükséges keresztmetszeti területe:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x_0 \cdot f_{cd}}{f_{yd}} + A'_{s,requ} = \frac{440 \cdot 0,49 \cdot 493 \cdot 16,66}{435} + 798 = 4869 \text{ mm}^2$$

A nyomott vasalás kialakításának lehetőségei:

$$n'_{\emptyset 16} \geq \frac{A'_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 16}} = \frac{798}{201} = 3,97 \rightarrow A'_{s,prov} = 4\emptyset 16 (804 \text{ mm}^2)$$

$$n'_{\emptyset 18} \geq \frac{A'_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 18}} = \frac{798}{254} = 3,14 \rightarrow A'_{s,prov} = 4\emptyset 18 (1016 \text{ mm}^2)$$

$$n'_{\emptyset 20} \geq \frac{A'_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 20}} = \frac{798}{314} = 2,54 \rightarrow A'_{s,prov} = 3\emptyset 20 (942 \text{ mm}^2)$$

A húzott vasalás kialakításának lehetőségei:

$$n_{\emptyset 20} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 20}} = \frac{4869}{314} = 15,51 \rightarrow A_{s,prov} = 16\emptyset 20 (5024 \text{ mm}^2)$$

$$n_{\emptyset 22} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 22}} = \frac{4869}{380} = 12,81 \rightarrow A_{s,prov} = 13\emptyset 22 (4940 \text{ mm}^2)$$

$$n_{\emptyset 25} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\emptyset 25}} = \frac{4869}{491} = 9,92 \rightarrow A_{s,prov} = 10\emptyset 25 (4910 \text{ mm}^2)$$

A vasalást 10 \emptyset 25 húzott acélbetéttel alakítjuk ki, két sorban, az 1. sorban 7 db, a 2. sorban 3 db acélbetéttel, és \emptyset 8 kengyelekkel fogjuk közre. A betonfedés minimális értéke így:

$$C_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{\min,b} = 25 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 10 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 25 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} = 25 + 10 = 35 \text{ mm}$$

Az acélbetétek vízszintes és függőleges irányú minimális távolsága:

$$\Delta\varnothing_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 25 = 25 \text{ mm} \\ d_g + k_2 = 16 + 5 = 21 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right\} = 25 \text{ mm}$$

$$\Delta\varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n - 1} = \frac{440 - (2 \cdot 35 + 2 \cdot 8 + 7 \cdot 25)}{7 - 1} = 29,83 \text{ mm} > \Delta\varnothing_{min} = 25 \text{ mm}$$

Tehát a 7Ø25 elfér az 1. sorban!

2.5 Ellenőrzés

A két sorban elhelyezett húzott acélbetétek dolgozó magassága, ha az egyes sorok közötti távolságot Ø25 acélbetéttel biztosítjuk:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing + \frac{\Delta\varnothing_{alk}}{2} \right) = 580 - \left(35 + 8 + 25 + 3 \cdot \frac{50}{7} \right) = 490 \text{ mm}$$

A nyomott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d' = C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing'}{2} = 35 + 8 + \frac{20}{2} = 51 \text{ mm}$$

A nyomott öv magassága a tönkremenetel pillanatában, feltételezve, hogy a nyomott és húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$x_f = \frac{(A_{s,prov} - A'_{s,prov}) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{(4910 - 941) \cdot 435}{440 \cdot 16,66} = 236 \text{ mm}$$

A húzott acélbetétek vizsgálata:

$$\xi = \frac{x_f}{d} = \frac{236}{490} = 0,48 < \xi_0 = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{435 + 700} = 0,49$$

A húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak!

A nyomott acélbetétek vizsgálata:

$$\xi' = \frac{x_f}{d'} = \frac{236}{51} = 4,63 > \xi_0 = \frac{560}{700 - f_{yd}} = \frac{560}{700 - 435} = 2,11$$

A nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak!

A keresztmetszet határnyomatéka:

$$M_{Rd} = b \cdot x_f \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_f}{2} \right) + A'_{s,prov} \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

$$M_{Rd} = 440 \cdot 236 \cdot 16,66 \cdot \left(490 - \frac{236}{2} \right) + 942 \cdot 435 \cdot (490 - 51) = 823,44 \text{ kNm}$$

3. Feladat

Vasbeton lemez kötött tervezése

Tervezzük meg a $h = 180 \text{ mm}$ vastag vasbeton lemez vasalását, ha az $M_{Ed} = 56 \text{ kNm/m}$ hajlítónyomaték felvételére $\varnothing 12$ bordás **B500A** átmérőjű és minőségű acélbetéteket kívánunk alkalmazni, továbbá a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **X0v(H)** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett **C16/20** szilárdsági osztályban vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága $d_{max} = 16 \text{ mm}$, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **képlékeny!**

3.1 Beton

A beton szabványos megnevezése: C16/20 – X0v(H) – 16 – "kissé képlékeny" – CEM 42,5 – MSZ 4798-1: 2004

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 16 \text{ N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{16}{1,5} = 10,66 \text{ N/mm}^2$$

A négyzög alakú feszültség diagramm jellemzői:

$$(1 - \lambda) \varepsilon_{cu3} = 0,70 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$$

3.2 Betonacél

A betonacél jelölése:

B500A

A betonacél folyási határának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél folyási határának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél rugalmas határa:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175 \text{ ‰}$$

A betonacél szakadó nyúlása:

$$\varepsilon_{uk} = 25 \text{ ‰}$$

3.3 Geometriai adatok

A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 180 \text{ mm}$$

A keresztmetszet szélessége (1 m széles lemezsáv):

$$b = 1000 \text{ mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = 12 \text{ mm}$$

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 12 \text{ mm}$$

(mivel egyedi betétek és
 $d_{\max} = 16 \text{ mm} < 32 \text{ mm}$)

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 10 \text{ mm}$$

(az X0v(H) kitéti osztály)

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10 \text{ mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{\min,b} = 12 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 10 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 12 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 12 + 10 = 22 \text{ mm} \rightarrow 25 \text{ mm}$$

3.4 Megoldás

A dolgozó magasság, feltételezve, hogy az acélbetétek elférnek egy sorban:

$$d = h - \left(C_{nom} + \frac{\varnothing}{2} \right) = 200 - \left(25 + \frac{12}{2} \right) = 169 \text{ mm}$$

A vasbeton keresztmetszet nyomott övének legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomaték:

$$M_{Rd0} = b \cdot x_0 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2} \right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi_0 \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{2} \right)$$

$$M_{Rd0} = 1000 \cdot 169^2 \cdot 10,66 \cdot 0,49 \cdot \left(1 - \frac{0,49}{2} \right) = 112,64 \text{ kNm/m}$$

A mértékadó nyomaték tervezési értékének összehasonlítása a nyomott öv legnagyobb kihasználtságához tartozó hajlítónyomatékkal:

$$M_{Ed} = 56 \text{ kNm/m} < M_{Rd0} = 112,64 \text{ kNm/m}$$

Tehát a lemez bevasalható!

A nyomott öv a nyomatéki egyenletből számítható:

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 169 - \sqrt{169^2 - \frac{2 \cdot 56 \cdot 10^6}{1000 \cdot 10,66}} = 35 \text{ mm}$$

A húzott acélbetétek szükséges keresztmetszeti területe az acélbetétek képlékeny állapotát feltételező vetületi egyenletből számítható:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{1000 \cdot 35 \cdot 10,66}{435} = 858 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Az $\varnothing 12$ acélbetétek szükséges távolsága és tényleges keresztmetszeti területe:

$$s_{\varnothing 12} \leq \frac{1000}{A_{s,requ}} \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{858} \cdot \frac{12^2 \cdot \pi}{4} = 132 \text{ mm} \rightarrow A_{s,prov} = 12 \varnothing 130 (870 \text{ mm}^2/\text{m})$$

3.5 Ellenőrzés

A nyomott öv magassága a tönkremenetel pillanatában:

$$x_f = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{870 \cdot 435}{1000 \cdot 10,66} = 36 \text{ mm}$$

A nyomott beton öv relatív magassága a tönkremenetelkor:

$$\xi = \frac{x_f}{d} = \frac{36}{169} = 0,21 < \xi_0 = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{435 + 700} = 0,49$$

A húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak!

A keresztmetszet határnyomatéka:

4. Feladat

Vasbeton négyszög keresztmetszet szabad tervezése

Tervezzük meg a vasbeton négyszög keresztmetszetet **B500A** minőségű acélbetétekkel, ha a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **XC1** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vehetjük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága $d_{max} = 16 \text{ mm}$, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **kissé képlékeny**, szerkezeti osztálya **S4!** A mértékadó nyomaték tervezési értéke $M_{Ed} = 540 \text{ kNm!}$ A $b = 360 \text{ mm}$ széles keresztmetszetben nem kívánunk nyomott vasalást alkalmazni, továbbá a nyomott öv magasságát úgy választjuk meg, hogy a húzott acélbetétek képlékeny állapotban legyenek, $\xi = 0,30!$

4.1 Beton

A beton szabványos megnevezése: C20/25 – XC1 – 16 – "kissé képlékeny" – CEM 42,5 – MSZ 4798-1: 2004

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagramm jellemzői:

$$(1 - \lambda) \varepsilon_{cu3} = 0,70\%_0, \quad \varepsilon_{cu3} = 3,50\%_0$$

4.2 Betonacél

A betonacél jelölése:

B500A

A betonacél folyási határának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél folyási határának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél rugalmas határa:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175\%_0$$

A betonacél szakadó nyúlása:

$$\varepsilon_{uk} = 25\%_0$$

4.3 Geometriai adatok

A keresztmetszet teljes szélessége:

$$b = 360 \text{ mm}$$

A nyomott öv relatív magassága:

$$\xi = 0,30$$

4.4 Megoldás

A keresztmetszet szélességének és a nyomott öv relatív magasságának felvett értéke alapján a keresztmetszet dolgozó magassága a nyomatéki egyenlet alapján számítható:

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right)$$

$$d = \sqrt{\frac{M_{Rd}}{b \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right)}} = \sqrt{\frac{540 \cdot 10^6}{360 \cdot 13,33 \cdot 0,30 \cdot \left(1 - \frac{0,30}{2} \right)}} = 664 \text{ mm}$$

A dolgozó magasság ismeretében a nyomott öv számítható:

$$x = \xi \cdot d = 0,30 \cdot 664 = 199 \text{ mm}$$

A vetületi egyenletből a húzott acélbetétek szükséges keresztmetszete számítható:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{360 \cdot 199 \cdot 13,33}{435} = 2196 \text{ mm}^2$$

A húzott vasalás kialakítására több lehetőségünk van:

$$n_{\varnothing 20} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\varnothing 20}} = \frac{2196}{314} = 6,99 \rightarrow A_{s,prov} = 7\varnothing 20 (2198 \text{ mm}^2)$$

$$n_{\varnothing 22} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\varnothing 22}} = \frac{2196}{380} = 5,78 \rightarrow A_{s,prov} = 6\varnothing 22 (2280 \text{ mm}^2)$$

$$n_{\varnothing 25} \geq \frac{A_{s,requ}}{A_{s,\varnothing 25}} = \frac{2196}{491} = 4,47 \rightarrow A_{s,prov} = 5\varnothing 25 (2455 \text{ mm}^2)$$

4.5 Geometria kialakítása

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához 6 \varnothing 22 esetén:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 22 \text{ mm}$$

A betonfedés minimális értéke így:

$$C_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{\min,b} = 22 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 15 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 22 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 22 + 10 = 32 \text{ mm} \rightarrow 35 \text{ mm}$$

Az acélbetétek vízszintes és függőleges irányú minimális távolsága:

$$\Delta \varnothing_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 22 = 22 \text{ mm} \\ d_g + k_2 = 16 + 5 = 21 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right\} = 22 \text{ mm}$$

Az acélbetétek vízszintes távolságának ellenőrzése, ha a betéteket egy sorban helyezzük el, és $\varnothing 8$ kengyelekkel fogjuk közre:

$$\Delta \varnothing = \frac{b - (2 \cdot C_{nom} + 2 \cdot \varnothing_s + n \cdot \varnothing)}{n - 1} = \frac{360 - (2 \cdot 35 + 2 \cdot 8 + 6 \cdot 22)}{6 - 1} = 28,4 \text{ mm} > \Delta \varnothing_{\min} = 25 \text{ mm}$$

Tehát a 6 \varnothing 22 elfér az 1. sorban!

A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = d + \frac{\varnothing}{2} + \varnothing_s + C_{nom} = 664 + \frac{22}{2} + 8 + 35 = 718 \text{ mm} \rightarrow 720 \text{ mm}$$

4.6 Ellenőrzés

A nyomott öv nagysága a tönkremenetel pillanatában:

$$x_f = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{2280 \cdot 435}{360 \cdot 13,33} = 207 \text{ mm}$$

A dolgozó magasság pontos értéke, figyelembe véve, hogy a teljes magasság 720 mm:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right) = 720 - \left(35 + 8 + \frac{22}{2} \right) = 666 \text{ mm}$$

A nyomott beton öv relatív magassága a tönkremenetelkor:

$$\xi = \frac{x_f}{d} = \frac{207}{666} = 0,31 < \xi_0 = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{435 + 700} = 0,49$$

A húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak!

A keresztmetszet határnyomatéka:

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right)$$

$$M_{Rd} = 360 \cdot 207 \cdot 13,33 \cdot \left(666 - \frac{207}{2} \right) = 558,76 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 540 \text{ kNm} < M_{Rd} = 558,76 \text{ kNm}$$

A keresztmetszet teherbírása megfelelő!

A húzott acélbetétekben számítható fajlagos alakváltozás törési állapotban:

$$\frac{\varepsilon_{cu3}}{1,25 \cdot x} = \frac{\varepsilon_s}{d - 1,25 \cdot x} \rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1,25 \cdot x}{1,25 \cdot x} = 3,50 \text{‰} \cdot \frac{666 - 1,25 \cdot 207}{1,25 \cdot 207} = 5,51 \text{‰}$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = 2,175 \text{‰} < \varepsilon_s = 5,51 \text{‰} < \varepsilon_{su} = 25 \text{‰}$$

JEGYZET

5. Feladat

Vasbeton lemez szabad tervezése

Tervezzük meg a vasbeton lemezt, ha a szerkezet jellemző keresztmetszetében az $M_{Ed} = 48 \text{ kNm/m}$, hajlítónyomaték felvételére $\emptyset 8$, $\emptyset 10$, $\emptyset 12$ bordás **B500A** átmérőjű és minőségű acélbetéteket használhatunk, továbbá a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **X0v(H)** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett **C20/25** szilárdsági osztályban vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága $d_{max} = 16 \text{ mm}$, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **képlékeny!** Az alakváltozások és repedéskorlátozás miatt a nyomott öv relatív magassága $\xi = 0,15$ körüli legyen!

5.1 Beton

A beton szabványos megnevezése: C20/25 – X0v(H) – 16 – "képlékeny" – CEM 42,5 – MSZ 4798-1: 2004

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1,0 \cdot \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$$

A négyzög alakú feszültség diagramm jellemzői:

$$(1 - \lambda) \varepsilon_{cu3} = 0,70\%_0, \quad \varepsilon_{cu3} = 3,50\%_0$$

5.2 Betonacél

A betonacél jelölése:

B500A

A betonacél folyási határának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél folyási határának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

A betonacél rugalmas határa:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175\%_0$$

A betonacél szakadó nyúlása:

$$\varepsilon_{uk} = 25\%_0$$

5.3 Geometriai adatok

A keresztmetszet szélessége (1 m széles lemezsáv):

$$b = 1000 \text{ mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérői:

$$\emptyset = 8, 10, 12 \text{ mm}$$

A tervezés során figyelembe vett minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \emptyset = 12 \text{ mm}$$

(mivel egyedi betétek, és a legnagyobb alkalmazható átmérő $d_{\max} = 12 \text{ mm} < 32 \text{ mm}$)

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 10 \text{ mm}$$

(az X0v(H) kitéti osztály esetén)

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10 \text{ mm}$$

A legnagyobb átmérőt is figyelembe vevő betonfedésre vonatkozó minimális érték:

$$C_{\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{\min,b} = 12 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 10 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 12 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 12 + 10 = 22 \text{ mm} \rightarrow 25 \text{ mm}$$

5.4 Megoldás

A lemez dolgozó magasságát a nyomatéki egyenlet alapján a legnagyobb nyomaték helyén célszerű meghatározni:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right)$$

$$d = \sqrt{\frac{m_{Ed}}{b \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right)}} = \sqrt{\frac{48 \cdot 10^6}{1000 \cdot 13,33 \cdot 0,15 \cdot \left(1 - \frac{0,15}{2} \right)}} = 161 \text{ mm}$$

A dolgozó magasság ismeretében a nyomott öv számítható:

$$x = \xi \cdot d = 0,15 \cdot 161 = 24 \text{ mm}$$

A vetületi egyenletből a húzott acélbetétek szükséges keresztmetszete számítható:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{1000 \cdot 24 \cdot 13,33}{435} = 735 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Az acélbetétek szükséges távolsága és tényleges keresztmetszeti területe a legnagyobb nyomaték helyén:

$$s_{\varnothing 12} \leq \frac{1000}{A_{s,requ}} \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{735} \cdot \frac{12^2 \cdot \pi}{4} = 153 \text{ mm} \rightarrow A_{s,prov} = \varnothing 12/150 (754 \text{ mm}^2/\text{m})$$

$$s_{\varnothing 10} \leq \frac{1000}{A_{s,requ}} \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{735} \cdot \frac{10^2 \cdot \pi}{4} = 107 \text{ mm} \rightarrow A_{s,prov} = \varnothing 10/100 (785 \text{ mm}^2/\text{m})$$

Ennél sűrűbb vasalás kialakítására ne törekedjünk, így a $\varnothing 8$ betétekkel való vizsgálat a mellőzhető.

5.5 Geometria kialakítása

A lemez vastagsága:

$$h = d + \frac{\varnothing}{2} + C_{nom} = 161 + \frac{12}{2} + 25 = 192 \text{ mm} \rightarrow 200 \text{ mm}$$

5.6 Ellenőrzés

A dolgozó magasság pontos értéke figyelembe véve a $h = 200$ mm-es lemezvastagságot:

$$d = h - \left(C_{nom} + \frac{\varnothing}{2} \right) = 200 - \left(25 + \frac{12}{2} \right) = 169 \text{ mm}$$

A nyomott öv magassága törési állapotban:

$$x_f = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{754 \cdot 435}{1000 \cdot 13,33} = 24 \text{ mm}$$

A keresztmetszet határnyomatéka a legnagyobb nyomaték helyén:

$$M_{Rd} = b \cdot x_f \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_f}{2} \right) = 1000 \cdot 24 \cdot 13,33 \cdot \left(169 - \frac{24}{2} \right) = 50,22 \text{ kNm/m}$$

